



Dinamica e controllo delle vibrazioni negli elicotteri

Marco Lovera

Dipartimento di Elettronica e Informazione

Politecnico di Milano

lovera@elet.polimi.it

Indice

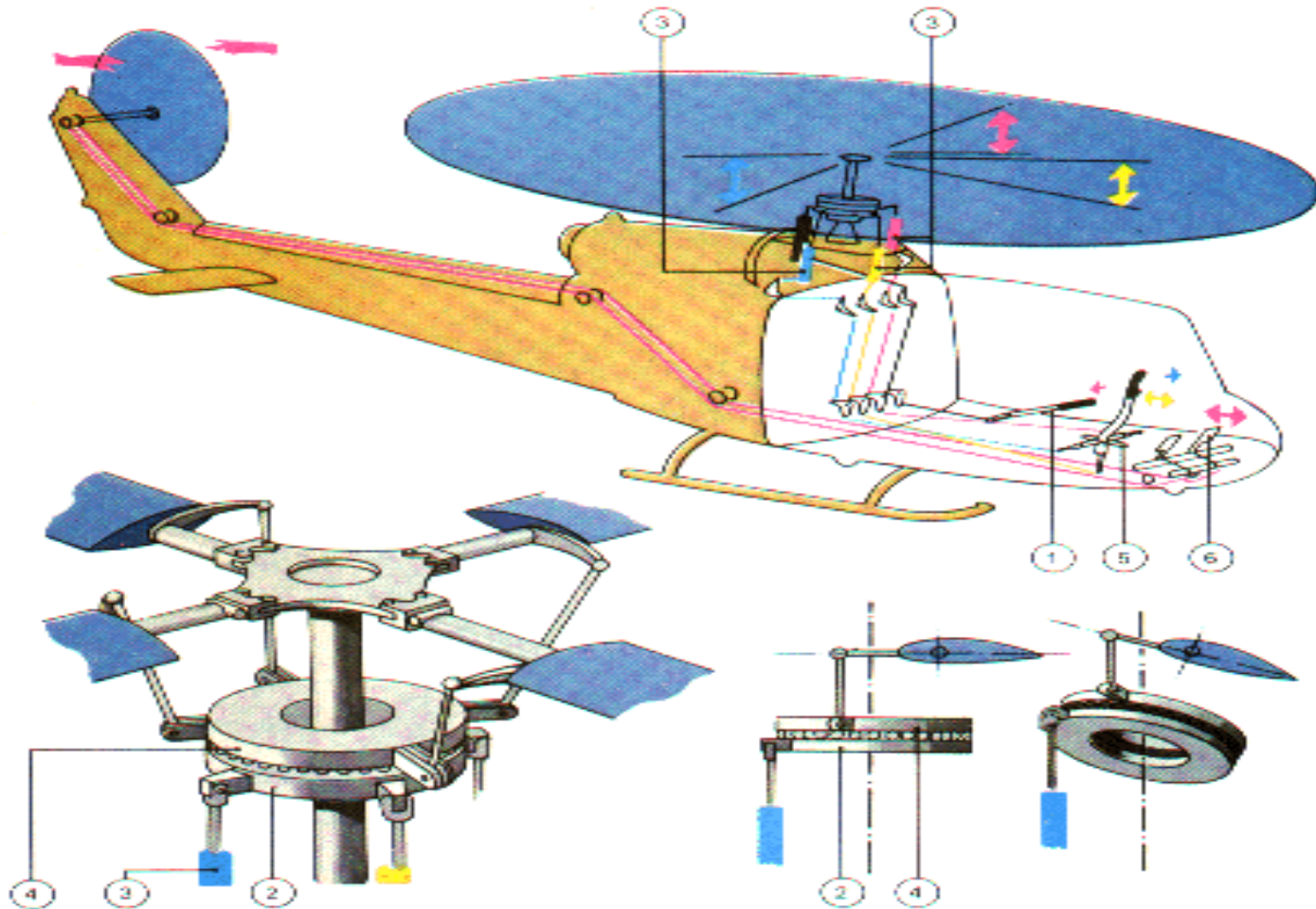
◆ Modellistica

- Come funziona un elicottero;
- Come si comanda il rotore;
- Dinamica del rotore e della pala (periodicità);
- Filtraggio armonico;
- Vibrazioni;

Indice

- ◆ **Controllo attivo delle vibrazioni**
 - Disturbi armonici: il caso SISO LTI;
 - Attuatori e sensori per il controllo delle vibrazioni;
 - L'algoritmo HHC: formulazione e analisi;

Come funziona un elicottero?

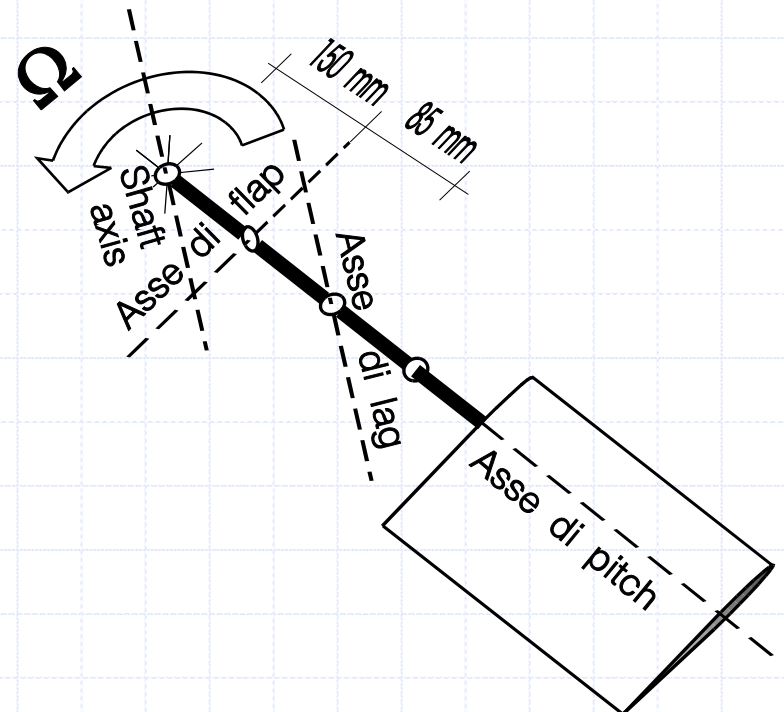
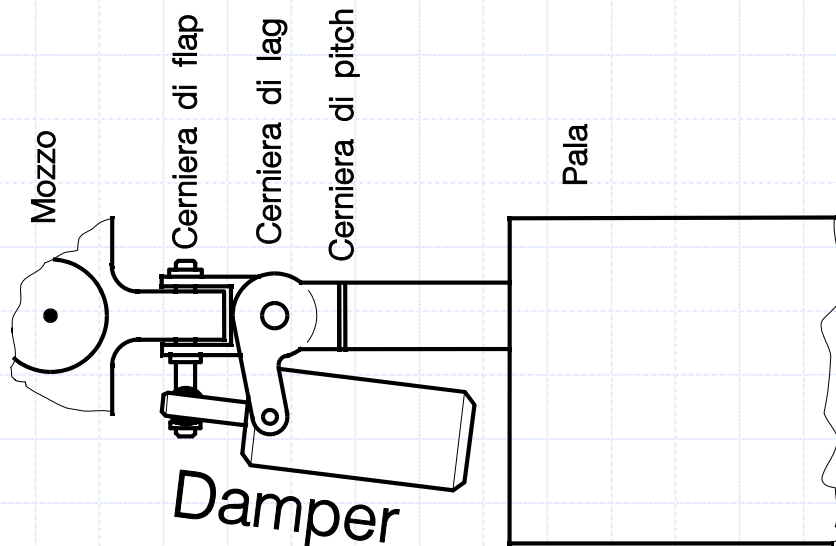


Come funziona un elicottero? (2)

- ◆ Il rotore principale genera le forze e i momenti necessari a comandare il moto (traslazione e rotazione) della macchina.
- ◆ Il rotore di coda compensa la coppia di reazione che farebbe ruotare la fusoliera.

Geometria del rotore (articolato)

Ogni pala (supposta rigida) puo' ruotare attorno al mozzo rotore rispetto a tre cerniere:



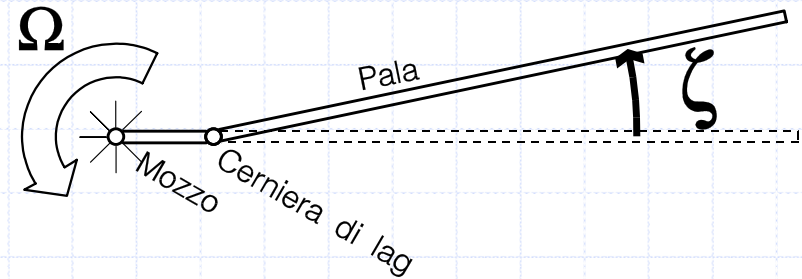
Moti delle pale

◆ Moti della pala:

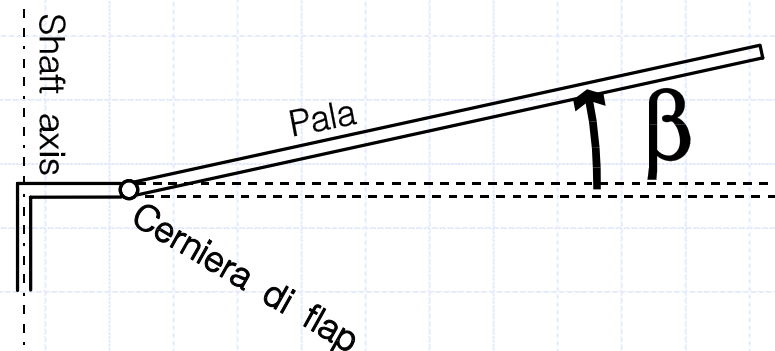
- Pitch (passo):



- Lag (ritardo):

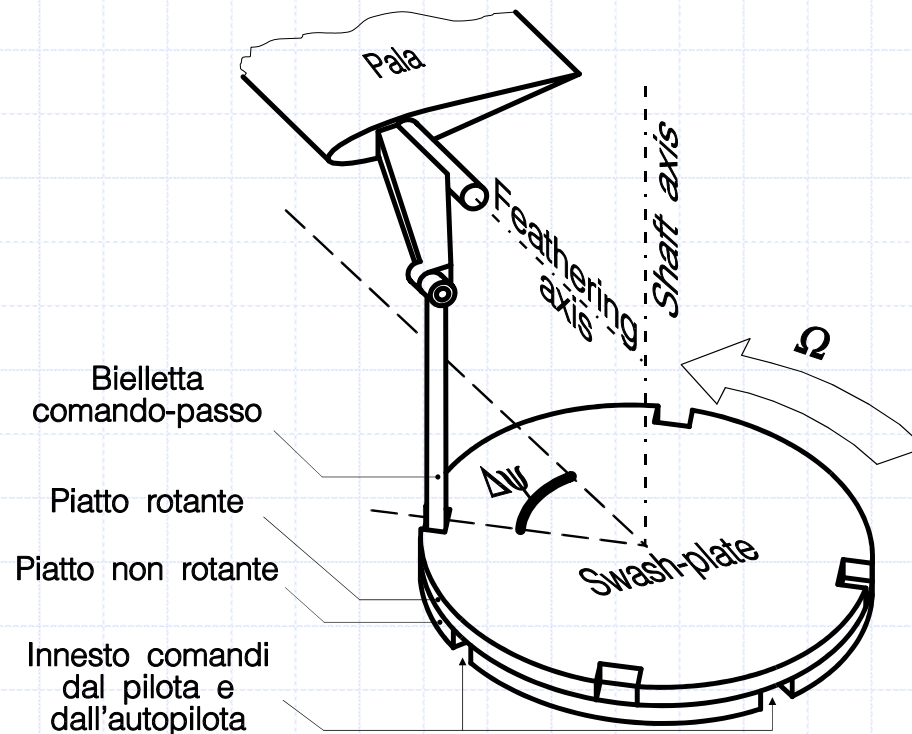


- Flap (flappeggio):



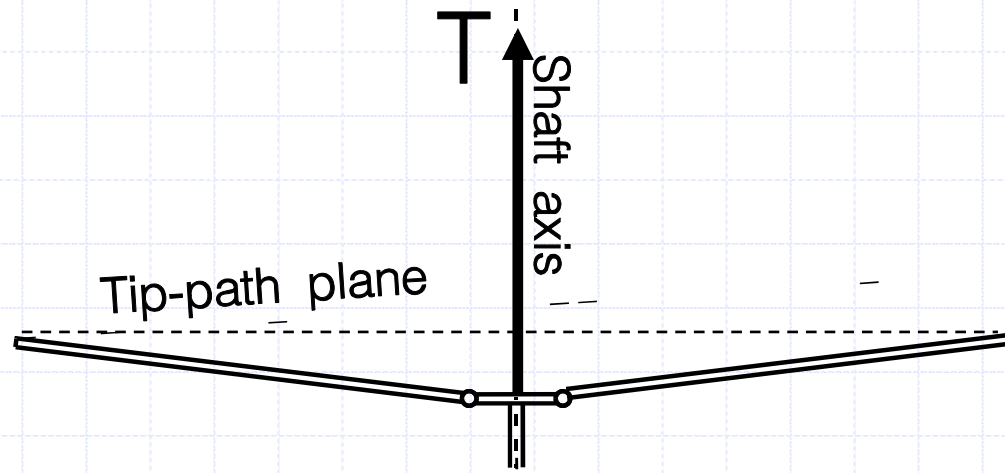
Il piatto oscillante

- ◆ Il pitch e' comandato dal pilota mediante lo *swash-plate* (piatto oscillante):



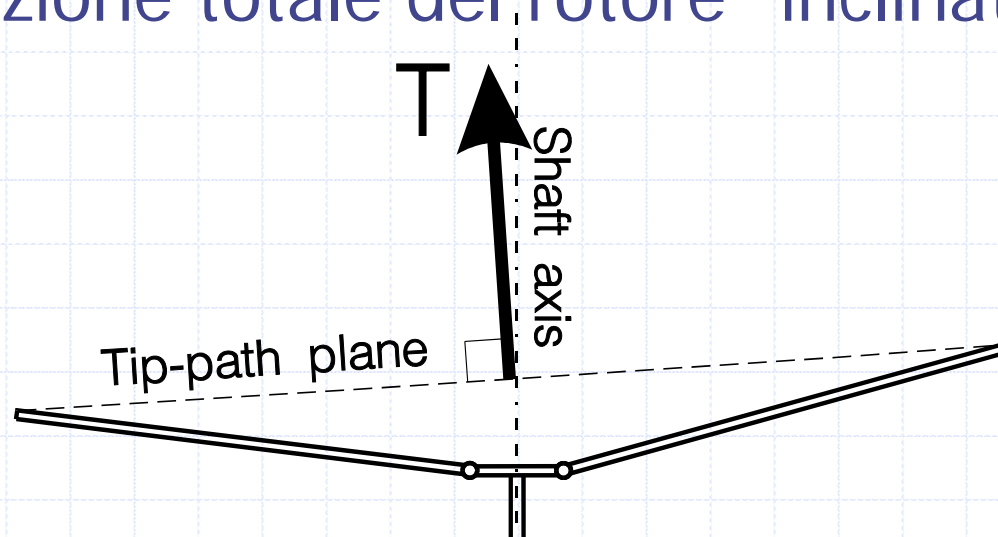
Effetto dei comandi del piatto

- ◆ Movimento verticale del piatto
 - ⇒ variazione del passo uguale su ogni pala
 - ⇒ variazione del flap costante e uguale su ogni pala
 - ⇒ trazione totale T del rotore "verticale".



Effetto dei comandi del piatto (2)

- ◆ Variazione di inclinazione del piatto
 - ⇒ variazione del passo periodica (1/giro) su ogni pala
 - ⇒ variazione del flap periodica su ogni pala
 - ⇒ trazione totale del rotore "inclinata".



Passo collettivo e passo ciclico

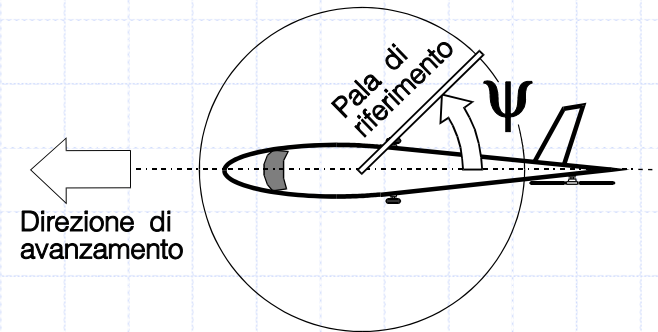
Comandi rotore: attraverso la traslazione e l'inclinazione del piatto, a ogni pala si puo' applicare un comando di passo del tipo:

$$\theta = \theta_c + \mathcal{G}_{1s} \sin(\psi) + \mathcal{G}_{1c} \cos(\psi)$$

Passo collettivo

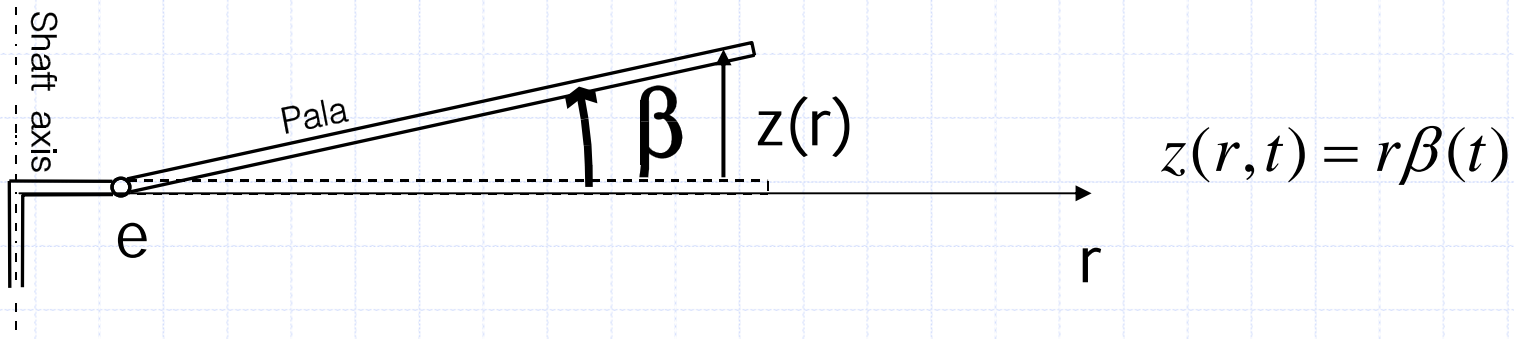
Passo Ciclico longitudinale

Passo Ciclico laterale



Dinamica della pala

- ◆ Consideriamo solo il g. di l. di flappeggio.
- ◆ Supponiamo poi che le pale siano *rigide*.
- ◆ Equazioni ottenute dal bilancio di coppia per:
 - Forza d'inerzia $m(r)\ddot{z}(r,t) = m(r)r\ddot{\beta}(t)$
 - Forza centrifuga $m(r)\Omega^2 r$
 - Carichi aerodinamici $F_Z(r)$



Dinamica della pala (2)

Integrando da 0 a R

$$\int_0^R m\ddot{z}rdr + \int_0^R m\Omega^2 rzdr = \int_0^R rF_Z dr$$

da cui:

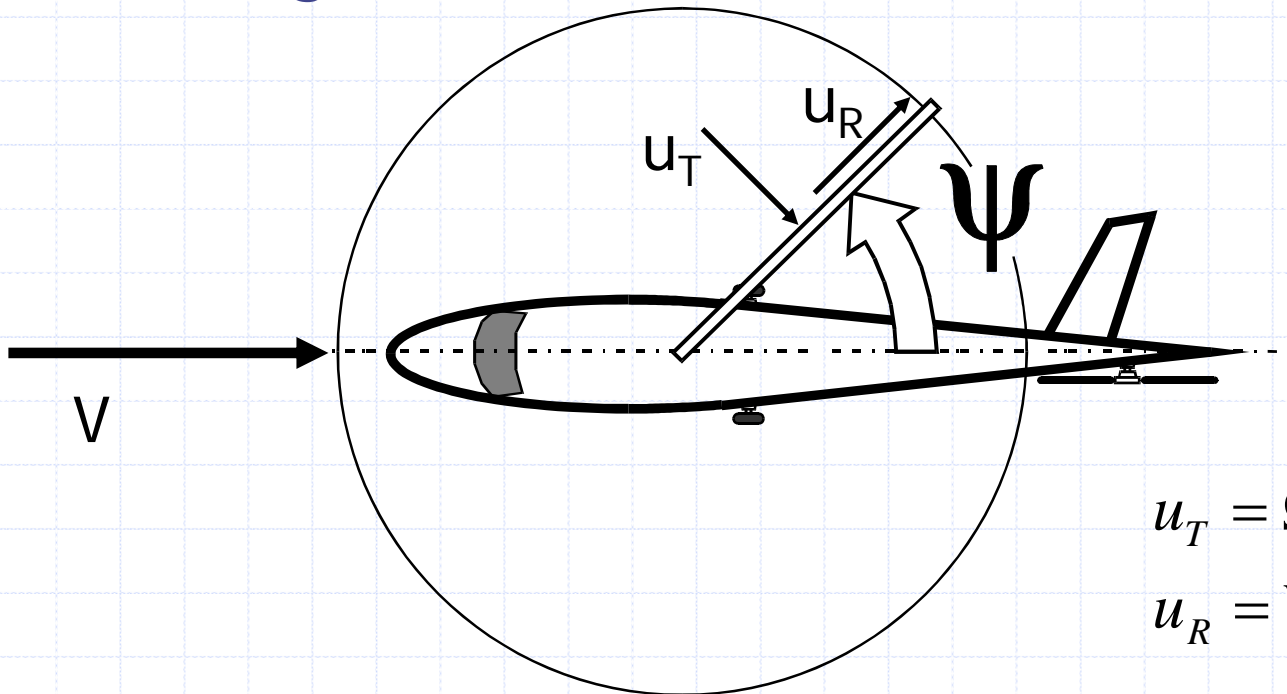
$$\int_0^R mr^2 dr [\ddot{\beta} + \Omega^2 \beta] = \int_0^R rF_Z dr$$

Quindi l'equazione di flappeggio e' data da:

$$\ddot{\beta} + \Omega^2 \beta = \frac{1}{I_b} \int_0^R rF_Z dr, \quad I_b = \int_0^R mr^2 dr$$

Carichi aerodinamici

Per completare il modello occorre esprimere $F_z(r)$ in funzione degli stati e dell'ingresso θ .



$$u_T = \Omega r + V \sin(\psi)$$

$$u_R = V \cos(\psi)$$

Carichi aerodinamici (2)

Calcolo di portanza e resistenza:

$$u_P = v_i + r\dot{\beta} + \beta u_R$$

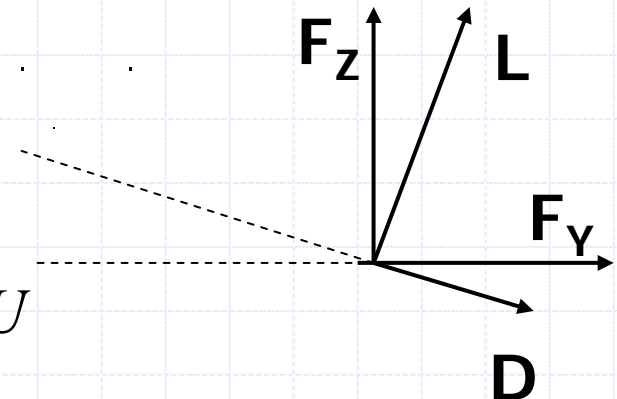
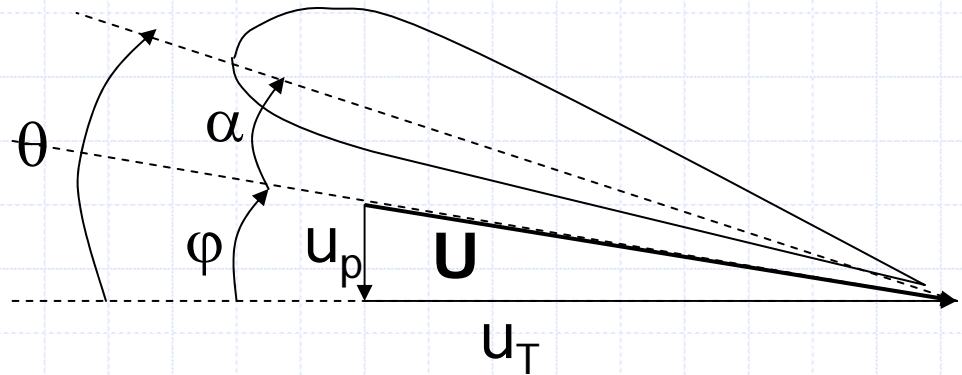
$$U = \sqrt{u_T^2 + u_P^2}$$

$$\phi = \text{atan}\left(\frac{u_P}{u_T}\right)$$

$$\alpha = \theta - \phi$$

$$L = \frac{1}{2} \rho U^2 c c_l(\alpha), D = \frac{1}{2} \rho U^2 c c_d(\alpha)$$

$$F_Z = L \cos(\phi) - D \sin(\phi) = (L u_T - D u_P) / U$$



Carichi aerodinamici (4)

Approssimazione di piccoli angoli:

$$U \cong u_T, \phi \cong \frac{u_P}{u_T}, \alpha \cong \theta - \frac{u_P}{u_T}$$

$$F_Z \cong L \cong \frac{1}{2} \rho c a u_T^2 \theta - \frac{1}{2} \rho c a u_T u_P =$$

$$= \left(\frac{1}{2} \rho c a u_T^2 \right) \theta - \left(\frac{1}{2} \rho c a u_T \right) v_i - \left(\frac{1}{2} \rho c a u_T r \right) \dot{\beta} - \left(\frac{1}{2} \rho c a u_T V \cos(\psi) \right) \beta$$

\Rightarrow

$$M_F(\psi) = \int_e^R r F_Z dr = M_\theta(\psi) \theta + M_{v_i}(\psi) v_i + M_{\dot{\beta}}(\psi) \dot{\beta} + M_\beta(\psi) \beta$$

Equazioni di moto complessive

$$\ddot{\beta} + \Omega^2 \left[1 + \frac{1}{1-e} \frac{\int_0^R m \eta dr}{I_b} \right] \beta =$$

$$= \frac{1}{I_\beta} \left[M_\theta(\psi)\theta + M_{v_i}(\psi)v_i + M_{\dot{\beta}}(\psi)\dot{\beta} + M_\beta(\psi)\beta \right]$$

◆ $V=0 \Rightarrow u_T = \text{cost} \Rightarrow M \text{ costanti} \Rightarrow \text{LTI}$

◆ $V \neq 0 \Rightarrow u_T = \Omega R + V \sin(\psi) \Rightarrow M \text{ periodici} \Rightarrow \text{LTP}$

Approssimazioni introdotte

Abbiamo trascurato:

- **La dinamica di ritardo** (nonlinearita' e accoppiamenti);
- La dinamica di pitch (elasticita' della catena di comando);
- **La flessibilita' delle pale;**
- Effetti aerodinamici non lineari e non stazionari;
- Distribuzione di velocita' indotta sul rotore;

Il rotore a regime

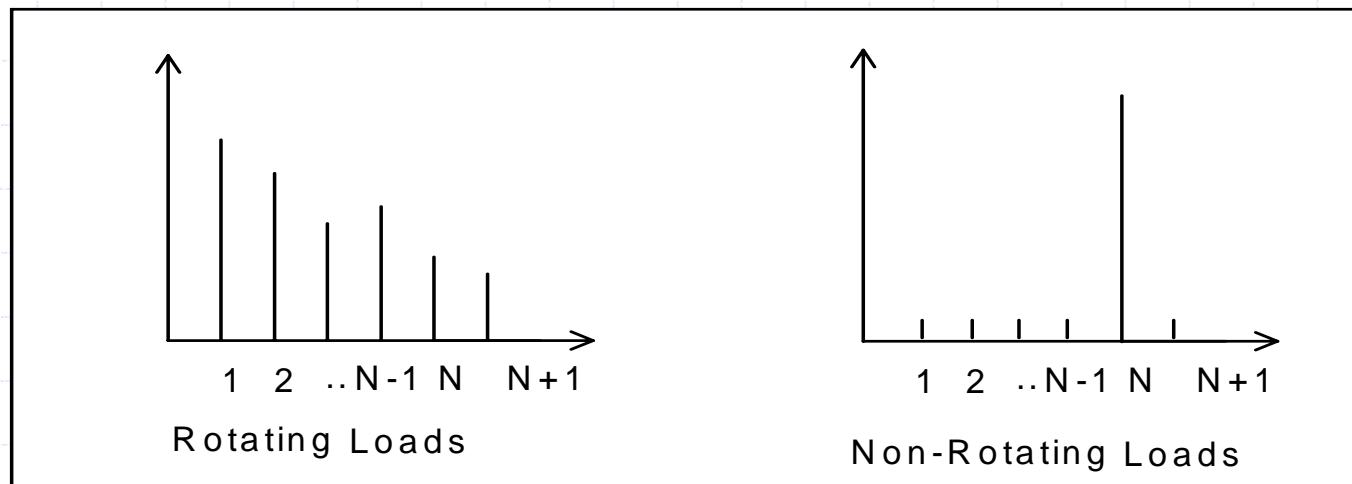
- ◆ Ingresso a ciascuna pala:

$$\theta = \theta_c + \mathcal{G}_{1s} \sin(\psi) + \mathcal{G}_{1c} \cos(\psi)$$

- ◆ A regime, gli stati sono periodici con pulsazione Ω ;
- ◆ Quindi anche le *forze* e i *momenti* scaricati da ogni pala al mozzo, a regime sono periodici con pulsazione Ω .

Il filtraggio armonico

- ◆ Ognuna delle N pale genera carichi (riferimento rotante) uguali, sfasati di $2\pi/N$.
- ◆ Calcolando i carichi TOTALI (riferimento fisso), si ha una *cancellazione* delle armoniche diverse da $i\Omega N$.



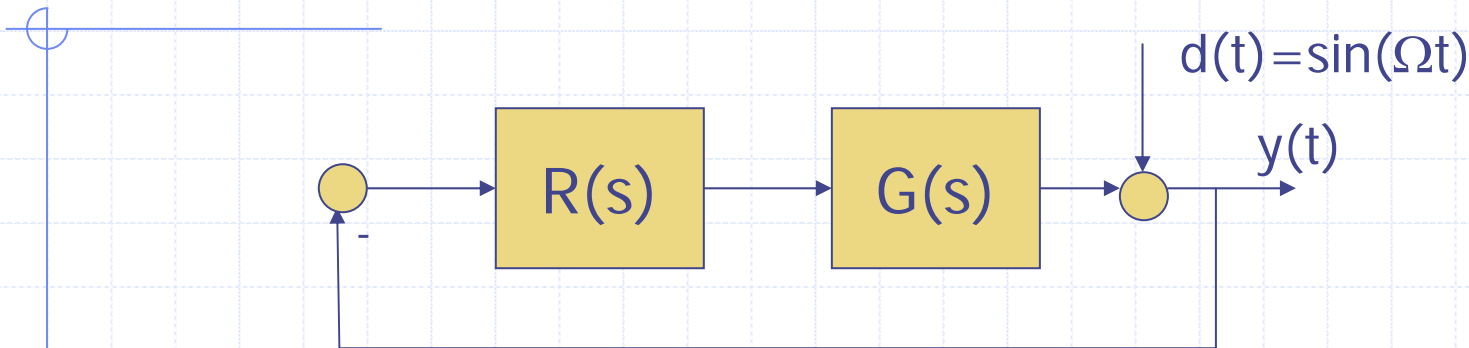
Quindi...

- ◆ A regime la fusoliera "sente" forze e momenti alle pulsazioni $iN\Omega$.
- ◆ Percio', si rilevano accelerazioni alle stesse pulsazioni.
- ◆ Scopo del controllo: attenuare l'ampiezza di queste accelerazioni (almeno alla pulsazione $N\Omega$).

Controllo attivo delle vibrazioni

- ◆ Reiezione di disturbi armonici, caso SISO LTI;
- ◆ Dinamica di sistemi tempo-varianti e periodici;
- ◆ Attuatori e sensori per il controllo delle vibrazioni;
- ◆ L'algoritmo HHC: formulazione e analisi;
- ◆ Individual Blade Control (IBC);

Reiezione di disturbi armonici: il caso SISO LTI



$$y(s) = S(s)d(s) = \frac{1}{1+L(s)}d(s) \quad S(j\omega) \cong \begin{cases} \frac{1}{|L(j\omega)|} & \omega \ll \omega_c \\ 1 & \omega \gg \omega_c \end{cases}$$

Soluzione classica:

- ◆ Fare in modo che $\omega_c \gg \Omega$
- ◆ Progettare $R(s)$: $1/|L(j\Omega)| = \text{att. desiderata}$.

Internal model principle (IMP)

Francis e Wonham 1976

Se

$$d(s) = \frac{N_d(s)}{D_d(s)}, \quad G(s) = \frac{N_G(s)}{D_G(s)}$$

$$R(s) = \frac{N_R(s)}{\bar{D}(s)D_d(s)}, \quad R(s) \text{ stabilizzante}$$

allora

$$y(s) = S(s)d(s) = \frac{\bar{D}(s)D_G(s)D_d(s)}{\bar{D}(s)D_d(s)D_G(s) + N_R(s)N_G(s)} \frac{N_d(s)}{D_d(s)}$$

e $y(t)$ non contiene i "modi" associati a d !

Casi particolari dell'IMP

◆ Disturbi costanti:

$$d(t) = A \text{ sca}(t) \Rightarrow d(s) = \frac{A}{s}$$

$$\text{se } R(s) = \frac{1}{s} \frac{N_R(s)}{D(s)}, \quad R(s) \text{ stabilizzante}$$

$$\Rightarrow y(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

Si ritrovano i risultati sull'azione integrale!

Casi particolari dell'IMP (2)

◆ Disturbi sinusoidali:

$$d(t) = A \sin(\Omega t) + B \cos(\Omega t) \Rightarrow d(s) = \frac{Bs + A\Omega}{s^2 + \Omega^2}$$

allora se $R(s) = \frac{1}{s^2 + \Omega^2} \frac{N_R(s)}{\overline{D}(s)}$, $R(s)$ stabilizzante

$$\Rightarrow y(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0$$

Filtri a spillo

- ◆ Di solito si inserisce in $R(s)$ un fattore del tipo:

$$k \frac{as + b}{s^2 + \Omega^2}$$

- ◆ Si “progetta” lo zero per recuperare parte dello sfasamento introdotto dai poli immaginari.
- ◆ Tecnica piu' semplice per il progetto: luogo delle radici.

Controllo attivo delle vibrazioni

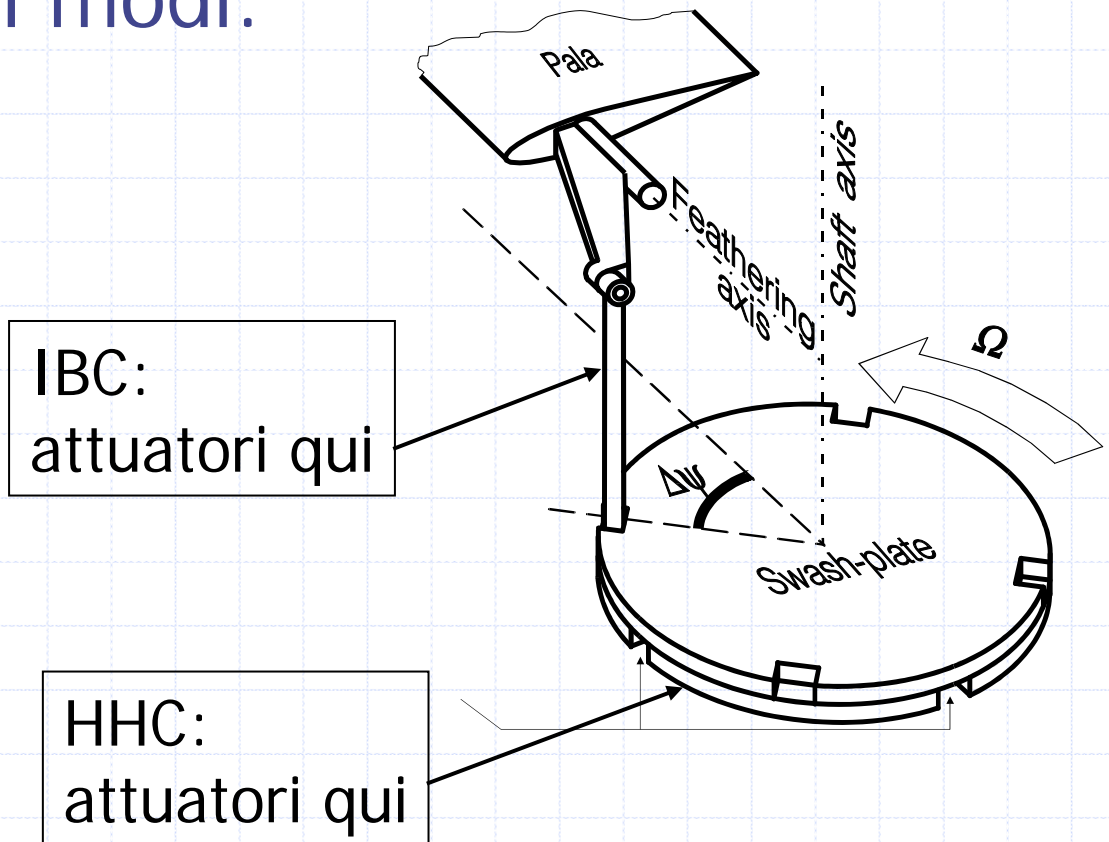
- ◆ Reiezione di disturbi armonici, nel caso SISO, LTI;
- ◆ Attuatori e sensori per il controllo delle vibrazioni;
- ◆ L'algoritmo HHC: formulazione e analisi;
- ◆ Individual Blade Control (IBC);

Attuatori e sensori

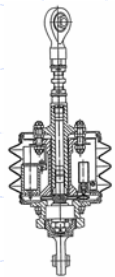
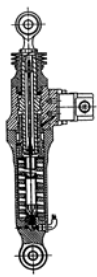

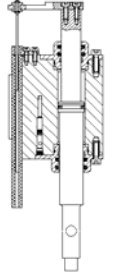
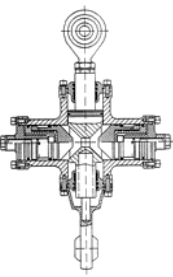
- ◆ Sono stati proposti numerosi approcci al problema del controllo attivo, negli ultimi 25 anni circa.
- ◆ I diversi approcci si differenziano per la scelta e la collocazione di attuatori e sensori.
- ◆ L'architettura, come vedremo, ha un grosso impatto sugli algoritmi di controllo.

Attuatori

Si utilizzano (in genere) attuatori idraulici, collocati in vari modi:



Attuatori IBC (dati ZF)

<i>IBC-Projects</i>		TSS Test Stand BO 105	BO 105 Flight Tests	BO 105 Wind Tunnel	IDS LuFo	CH-53G
Sectional Views not to Scale →						
Technical Data						
Length	[mm]	290	289	668	300	313
Weight	[kg]	1.8	2.5	5.0	3.5	8.9
Authority	[Deg.]	0.23	0.47	3.0	3.0	2.6
max. Velocity	[m/s]	--	0.37	0.80	0.50	0.39
max. dyn. Load	[N]	4,850	3,000	2,000	5,000	18,000
Technical Data of Helicopter						
H/C Weight Class	[to]	2.5	2.5	2.5	6.0	20.0
Rotor Speed	[rad/s]	47.1	44.4	44.4	35.0	19.4
Blades		4	4	4	4	6

Sensori

- ◆ HHC: accelerometri collocati in vari punti della fusoliera;
- ◆ IBC: sono state studiate varie configurazioni:
 - Accelerometri collocati sulle pale;
 - Sensori di deformazione sulle pale;
 - Per rotori articolati, misura diretta di flap e lag.

Controllo attivo delle vibrazioni

- ◆ Reiezione di disturbi armonici, nel caso SISO, LTI;
- ◆ Attuatori e sensori per il controllo delle vibrazioni;
- ◆ L'algoritmo HHC: formulazione e analisi;

Higher Harmonic Control

◆ Higher Harmonic Control

- Idea: aggiungere ai comandi del rotore una componente alla pulsazione $N\Omega$.
- Le componenti dell'armonica $N\Omega$ vengono scelte minimizzando una funzione di costo quadratica delle uscite misurate.

◆ Punto chiave: ingressi e uscite *nel sistema di riferimento fisso* \Rightarrow controllo e disturbo alla stessa pulsazione ($N\Omega$).

Higher Harmonic Control (2)

◆ Studiamo l'algoritmo nel caso SISO.

■ Armoniche dell'uscita

$$y_{Nc} = \frac{2}{T} \int_0^T y(\psi) \cos(N\psi) d\psi, \quad y_{Ns} = \frac{2}{T} \int_0^T y(\psi) \sin(N\psi) d\psi$$

$$y_N = \begin{bmatrix} y_{Nc} \\ y_{Ns} \end{bmatrix}$$

■ Idem per le armoniche del controllo.

◆ Legame ingresso-uscita di regime:

$$y_N = T_N u_N + y_N^o$$

Disturbo da
attenuare

Higher Harmonic Control (3)

- ◆ Algoritmo di controllo elementare: ad ogni giro di rotore (indice k) aggiornare u_N secondo la legge:

$$u_N(k+1) = u_N(k) - T_N^{-1} y_N(k)$$

- ◆ Infatti, chiudendo l'anello si ha:

$$y_N(k) = -T_N T_N^{-1} z^{-1} y_N(k) + y_N^o(k)$$

\Rightarrow

$$y_N(k) = (1 - z^{-1}) y_N^o(k)$$

Higher Harmonic Control (4)

◆ Analisi a tempo continuo:

$$\begin{aligned} u_N(k+1) &= u_N(k) - T_N^{-1} y_N(k) = \dots = -T_N^{-1} \sum_{i=-\infty}^k y_N(i) = \\ &= -\frac{2}{T} T_N^{-1} \int_{-\infty}^{kT} y(t) \begin{bmatrix} \cos(N\Omega t) \\ \sin(N\Omega t) \end{bmatrix} dt \end{aligned}$$

◆ Da cui la possibile realizzazione:

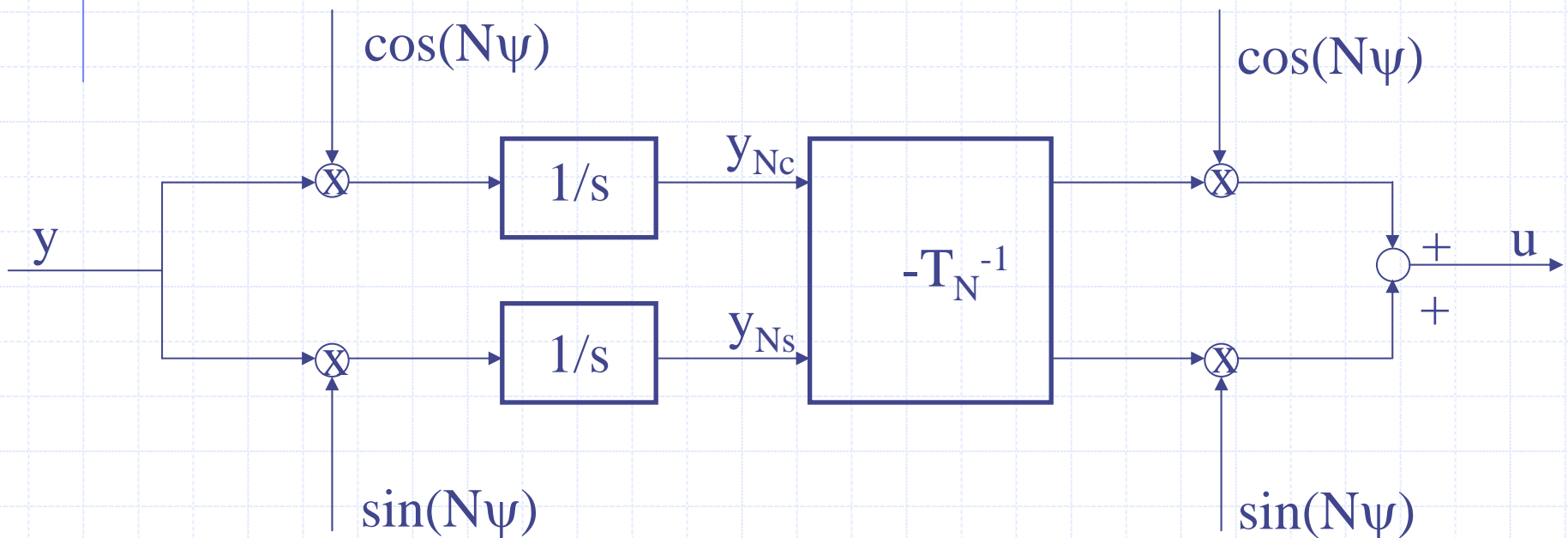
$$\dot{y}_{Nc}(t) = \cos(N\Omega t) y(t)$$

$$\dot{y}_{Ns}(t) = \sin(N\Omega t) y(t)$$

$$u_N(t) = -\frac{2}{T} T_N^{-1} \begin{bmatrix} y_{Nc}(t) \\ y_{Ns}(t) \end{bmatrix}, u(t) = u_{Nc}(t) \cos(N\Omega t) + u_{Ns}(t) \sin(N\Omega t)$$

Implementazione

- ◆ L'algoritmo si puo' realizzare secondo lo schema:



Forma in variabili di stato

◆ Con il cambio di variabili di stato:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = S(N\Omega t) \begin{bmatrix} y_{Nc} \\ y_{Ns} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(N\Omega t) & -\sin(N\Omega t) \\ \sin(N\Omega t) & -\cos(N\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{Nc} \\ y_{Ns} \end{bmatrix}$$

◆ Il controllore si puo' riscrivere come:

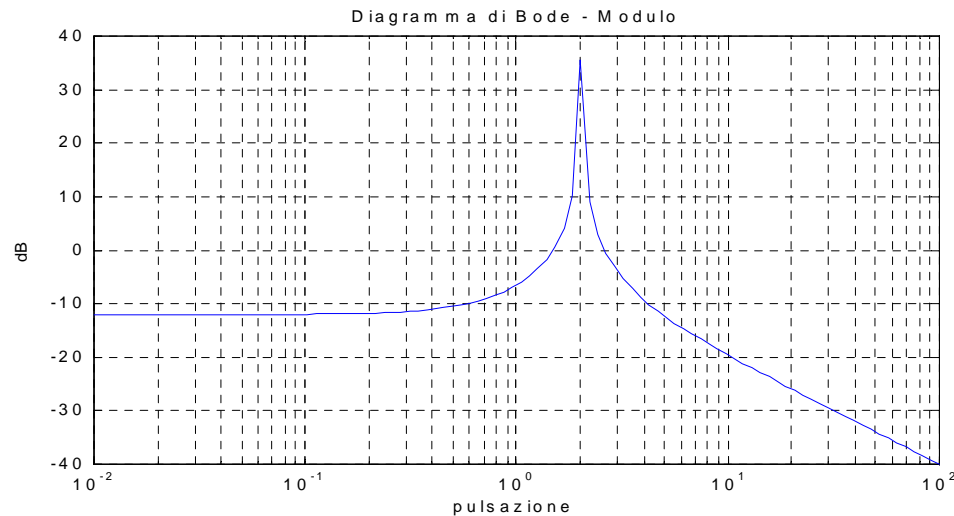
$$\begin{aligned} \dot{y}_1(t) &= N\Omega y_2(t) - y(t) \\ \dot{y}_2(t) &= -N\Omega y_1(t) \end{aligned} \quad \text{dove} \quad T_N^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$$
$$u(t) = \frac{2}{T} (ay_1(t) + by_2(t))$$

Interpretazione ingresso-uscita

- ◆ Funzione di trasferimento da y a u :

$$u(s) = \frac{2}{T} \frac{as + b}{s^2 + (N\Omega)^2} y(s)$$

- ◆ Diagramma di Bode tipico:



HHC: il caso MIMO

◆ Modello: $Y_N = T_N U_N + Y_N^0$

dove Y_N e U_N sono vettori formate con le armoniche a $N\Omega$ delle uscite e degli ingressi.

◆ Si determina U_N minimizzando la cifra di merito quadratica:

$$J = Y_N' W Y_N + U_N' R U_N,$$

$$W = W' \geq 0, R = R' > 0$$

HHC: il caso MIMO (2)

◆ Ma
$$J = (U_N' T_N' + Y_N^0') W (T_N U_N + Y_N^0) + U_N' R U_N =$$
$$= U_N' (T_N' W T_N + R) U_N + 2 Y_N^0' T_N W U_N + Y_N^0' W Y_N^0$$

◆ Derivando J si trova:

$$\frac{dJ}{dU_N} = 2 U_N' (T_N' W T_N + R) + 2 Y_N^0' W T_N$$

$$\frac{dJ}{dU_N} = 0 \Rightarrow U_N = -(T_N' W T_N + R)^{-1} T_N' W Y_N^0$$

◆ E quindi:
$$U_N(k+1) = U_N(k) - (T_N' W T_N + R)^{-1} T_N' W Y_N^0(k)$$

HHC: il caso MIMO (3)

◆ Osservazioni:

- Struttura del controllore identica al caso SISO;
- Le matrici W e R si possono usare per influenzare il comportamento del sistema;
- Se $W=I$ e $R=0$:

$$\begin{aligned}U_N(k+1) &= U_N(k) - (T_N' T_N)^{-1} T_N' W Y_N^0(k) = \\ &= U_N(k) - T_N^+ W Y_N^0(k)\end{aligned}$$

HHC: analisi di stabilita'

Dato che il rotore e' un sistema LTP, occorre procedere in questo modo:

- Progettare il controllore usando W e R ;
- Costruire la forma di stato del controllore;
- Studiare la stabilita' del sistema periodico rotore+controllore mediante la teoria di Floquet.
- NOTA: la costruzione di luoghi delle radici LTP si puo' fare solo per via numerica!

Come si ottiene il modello?

La matrice T_N puo' essere calcolata o identificata.

- ◆ La dinamica dipende dalla condizione di volo, quindi anche T_N !
- ◆ Come tenerne conto?
 - Gain scheduling: look-up table con diverse T_N per diverse condizioni di volo.
 - Identificazione ricorsiva: algoritmo RLS per aggiornare gli elementi della matrice.