

Parte II

Aerodinamica del rotore

Capitolo 5

Il rotore in hovering

5.1 Teoria impulsiva per il rotore in hovering

Una condizione di funzionamento fondamentale del rotore è il cosiddetto hovering che consiste essenzialmente in un rotore in grado di generare trazione mentre è investito da una corrente di velocità asintotica nulla. Questa condizione è perfettamente equivalente al funzionamento di un'elica a punto fisso. L'importanza dell'hovering per un rotore è tale che esso può essere considerato la caratteristica che lo identifica e contraddistingue: il rotore è quella macchina a fluido in grado di generare una forza di sustentazione (in genere verticale) anche quando la velocità relativa della corrente fluida è nulla.

Le teorie impulsive illustrate nel Capitolo 1 sono state derivate nell'ipotesi di flusso quasi unidimensionale e trascurabilità della contrazione della scia. In maniera analoga alla teoria quasi-unidimensionale dell'ugello in cui le condizioni di ristagno sono caratterizzate da una sezione del tubo di flusso di area infinita, le teorie impulsive possono essere estese al rotore in hovering (o applicate anche per l'elica a punto fisso) considerando $V_\infty = 0$ e la sezione del tubo di flusso all'infinito a monte di area infinita. Sul rotore, ancora una volta schematizzato come un disco attuatore, è presente un'induzione media (in questo caso tutta la velocità) pari a w , mentre all'infinito a valle essa è pari a $2w$ se consideriamo il rotore infinitamente lontano dal suolo (ipotizziamo cioè trascurabile l'effetto suolo).

È possibile descrivere con le teorie impulsive anche la condizione di funzionamento del rotore in salita, caratterizzata, nelle nostre convenzioni da $V_\infty > 0$ (cfr. figure 5.1 e 5.2), mentre una più attenta analisi, come vedremo, è richiesta per la descrizione del funzionamento del rotore in discesa. Indicando con w_h l'induzione sul disco del rotore in hovering, le relazioni (1.11) e (1.12) diventano

$$T = 2\rho w_h^2 A, \quad P = 2\rho w_h^3 A; \quad (5.1)$$

oppure, in termini adimensionali:

$$T_c = 2\lambda_i^2, \quad Q_c = \frac{T_c^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}}; \quad (5.2)$$

dove $\lambda_i = w_h/(\Omega R)$.

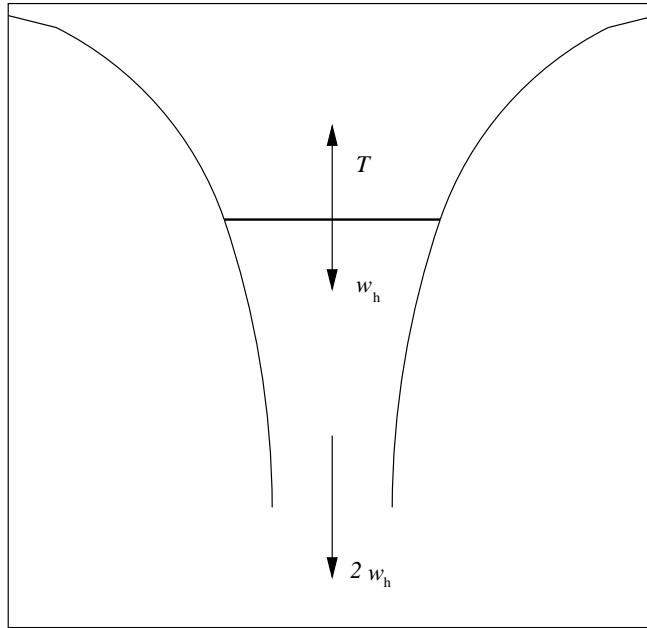


Figura 5.1: Il rotore in hovering nel modello della teoria impulsiva.

In generale, sia in hovering che in salita, il rotore è caratterizzato da un rapporto di funzionamento molto prossimo a 0 per cui $\varphi \ll 1$. Inoltre, nel paragrafo 2.6, abbiamo visto che un'elica ottima, per rapporti di funzionamento molto piccoli, è caratterizzata da fattori di interferenza rotazionali $a' \approx 0$; questo implica che un rotore progettato correttamente, in hovering può essere descritto efficacemente dalla teoria impulsiva semplice e l'introduzione della teoria impulsiva generale non si rende necessaria.

5.2 Teoria dell'elemento di pala per il rotore in hovering

Per quanto detto nel precedente paragrafo, si considerano valide le seguenti ipotesi:

1. $\varphi \ll 1$,
2. $a' = 0$.

Particolarizziamo quindi a questo caso la teoria generale dell'elemento di pala descritta nel paragrafo 2.3. La prima delle relazioni (2.16) diventa

$$\lambda_1 \approx c_l - c_d \varphi = c_l \left(1 - \frac{\varphi}{E}\right), \quad (5.3)$$

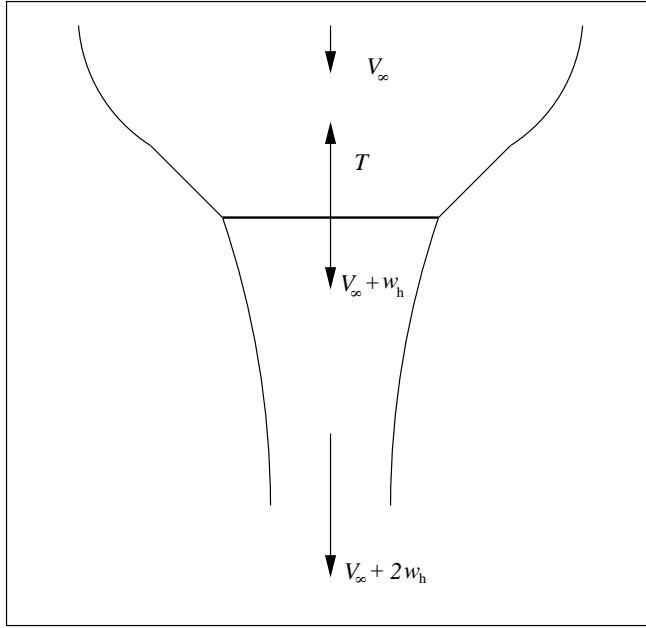


Figura 5.2: Il rotore in salita nel modello della teoria impulsiva.

con E l'efficienza aerodinamica dell'elemento di pala. Se l'elemento lavora, come è auspicabile, in condizioni di alta efficienza, $\frac{1}{E} \ll 1$ per cui

$$\lambda_1 \approx c_l = c_{l_\alpha}(\theta - \varphi), \quad (5.4)$$

con il calettamento θ misurato rispetto alla retta di portanza nulla del profilo.

Un'altra semplificazione importante si ottiene imponendo l'ipotesi 2 nella relazione (2.19):

$$V_e = \frac{\Omega r(1 - a')}{\cos \varphi} \approx \Omega r; \quad (5.5)$$

per cui, uguagliando la prima delle (2.18) alla (1.22) si ottiene

$$\frac{Nc}{2\pi r} (\Omega r)^2 c_{l_\alpha} \left(\theta - \frac{V_\infty + w}{\Omega r} \right) = 4(V_\infty + w)w, \quad (5.6)$$

relazione in cui si è posto $\varphi \approx (V_\infty + w)/(\Omega r)$.

Ponendo $\mu = V_\infty/(\Omega R)$, $\lambda_i = w/(\Omega R)$ e $\sigma = Nc/(\pi R)$ si ottiene ($\varphi \approx \mu/\bar{r} + \lambda_i/\bar{r}$):

$$\lambda_i^2 + \left(\mu + c_{l_\alpha} \frac{\sigma}{8} \right) \lambda_i - \bar{r} c_{l_\alpha} \frac{\sigma}{8} \left(\theta - \frac{\mu}{\bar{r}} \right) = 0, \quad (5.7)$$

equazione di secondo grado nell'induzione λ_i di cui si sceglie la radice positiva.

Nel caso di rotore in hovering o in salita (lenta) è possibile ottenere l'induzione assiale sull'elica in forma esplicita.

È quindi possibile ricavare le prestazioni del rotore mediante un'unica tabella come nell'esempio di tabella (5.1).

| \bar{r} | $\theta^{(0)}$ | σ | λ | $\varphi^{(0)}$ | $\alpha^{(0)}$ | c_l | c_d | $dT_c/d\bar{r}$ | $dQ_c/d\bar{r}$ |
|-----------|----------------|----------|-----------|-----------------|----------------|-------|--------|-----------------|-----------------|
| 0.132 | 13.3 | 0.0580 | 0.0205 | 8.91 | 4.43 | 0.440 | 0.0110 | 0.0127 | 0.0023 |
| 0.263 | 12.7 | 0.0580 | 0.0325 | 7.09 | 5.60 | 0.557 | 0.0124 | 0.0644 | 0.0173 |
| 0.395 | 12.0 | 0.0580 | 0.0413 | 6.00 | 6.03 | 0.599 | 0.0129 | 0.156 | 0.0523 |
| 0.526 | 11.4 | 0.0580 | 0.0481 | 5.24 | 6.13 | 0.609 | 0.0131 | 0.282 | 0.109 |
| 0.724 | 10.4 | 0.0580 | 0.0557 | 4.41 | 5.97 | 0.594 | 0.0129 | 0.519 | 0.231 |
| 0.855 | 9.72 | 0.0580 | 0.0594 | 3.98 | 5.74 | 0.571 | 0.0125 | 0.697 | 0.330 |
| 1.000 | 9.00 | 0.0580 | 0.0624 | 3.58 | 5.42 | 0.539 | 0.0121 | 0.900 | 0.447 |

Tabella 5.1: Calcolo delle prestazioni in hovering di un rotore mediante la teoria dell'elemento di pala. $N = 3$, $R = 7.60m$, $\mu = 0$.

L'espressione della spinta diventa

$$T = \frac{1}{2} \rho \Omega^2 R^2 A \int_0^1 \sigma c_l \bar{r}^2 d\bar{r}, \quad (5.8)$$

per cui

$$T_c = \frac{1}{2} \int_0^1 \sigma c_l \bar{r}^2 d\bar{r}. \quad (5.9)$$

Essendo:

$$dQ = Nr(dD + \varphi dL) \approx NrdD + r\varphi dt,$$

con $NdD = Nc_d \frac{1}{2} \rho (\Omega r)^2 c_{dr} = \frac{\sigma}{2} \rho A R^2 \Omega^2 c_d \bar{r}^2 d\bar{r}$, si ottiene

$$P = Q\Omega = \frac{1}{2} \rho A \Omega^3 R^3 \int_0^1 \sigma (c_d + c_l \varphi) \bar{r}^3 d\bar{r} \quad (5.10)$$

e quindi

$$Q_c = \frac{1}{2} \int_0^1 \sigma (c_d + c_l \varphi) \bar{r}^3 d\bar{r}, \quad (5.11)$$

in cui si nota un contributo parassita (che dipende dal c_d) ed uno indotto (che dipende dal c_l).

Anche per il rotore in hovering si può tenere conto delle perdite di estremità mediante la funzione di Prandtl F (vedi paragrafo 2.7). In alternativa viene spesso schematizzato il fenomeno come una riduzione del raggio effettivo del rotore:

$$T_c = \frac{1}{2} \int_0^B \sigma c_l \bar{r}^2 d\bar{r}, \quad (5.12)$$

con $B \approx 0.97$. Una tra le tante espressioni di B suggerita in letteratura è

$$B = 1 - \frac{\sqrt{2}}{N} T_c. \quad (5.13)$$

Le perdite di spinta comportano una diminuzione del 5-10% della spinta; inoltre, a parità di T_c le perdite di estremità comportano un aumento di λ_i e, di conseguenza, della potenza indotta (2-3%).

5.3 Il rotore ideale

Nell'ipotesi di trascurabilità dell'induzione rotazionale è già stata trovata nel paragrafo (1.3) una condizione di ottimo in base alla teoria impulsiva: $w(r) = costante$, che ci consente di definire il rotore in grado di minimizzare la potenza indotta.

La relazione (5.6) per $V_\infty = 0$ si scrive:

$$\frac{Nc}{2\pi} \Omega^2 r c_{l_\alpha} \left(\theta - \frac{w}{\Omega r} \right) = 4w^2. \quad (5.14)$$

Imponendo w costante ed essendo $c_{l_\alpha}(r)$ praticamente costante, una possibile condizione di ottimo si ottiene per $c(r) = costante$ e $\theta r = costante$, cioè con un rotore di forma in pianta rettangolare ed una distribuzione di calettamento iperbolica:

$$\theta(\bar{r}) = \frac{\theta_t}{\bar{r}}. \quad (5.15)$$

Questo rotore, che minimizza con una forma in pianta molto semplice, la potenza indotta in hovering viene detto *rotore ideale*.

L'angolo di inflow diventa $\varphi = \varphi_t/\bar{r}$ con $\varphi_t = \lambda_i$.

L'espressione del coefficiente di spinta per il rotore ideale è:

$$T_c = \frac{1}{2} \sigma \int_0^1 c_l \bar{r}^2 d\bar{r} = \frac{\sigma}{4} c_{l_\alpha} (\theta_t - \varphi_t). \quad (5.16)$$

Tenendo conto delle (5.2) e della (5.16) si ottiene invece la seguente espressione del coefficiente di potenza:

$$Q_c = \frac{\sigma}{8} \bar{c}_d + \frac{T_c^{3/2}}{\sqrt{2}}, \quad (5.17)$$

dove con \bar{c}_d si è indicato il coefficiente di resistenza medio lungo il raggio della pala.

5.4 Il rotore ottimo

Il rotore ideale è stato ottenuto richiedendo la minimizzazione della potenza indotta e non di tutta la potenza, per cui probabilmente è ottenibile una macchina più efficiente se si richiede che anche le perdite parassite siano minime.

Questo risultato si ottiene imponendo nella (5.14) che non solo $w(r) = costante$ ma anche che l'angolo effettivo dell'elemento di pala $\alpha(r) = \alpha_{opt}$ sia costante con r e tale da minimizzare le perdite viscosse.

È facile verificare con la relazione (5.14) che questo risultato è ottenibile anche se non è più possibile con una pala rettangolare ma è necessario che:

$$c_{l_\alpha}(r) = costante \quad , \quad c(r) = \frac{c_t}{\bar{r}} \quad , \quad \theta(\bar{r}) = \alpha_{opt} + \frac{\varphi_t}{\bar{r}}. \quad (5.18)$$

Il rotore caratterizzato da questa geometria viene detto rotore *ottimo* in hovering.

Le espressioni dei coefficienti di spinta e potenza diventano in questo caso

$$T_c = \frac{\sigma_t}{4} c_l \quad (5.19)$$

e

$$Q_c = \frac{\sigma_t}{6} c_d + \frac{T_c^{3/2}}{\sqrt{2}}. \quad (5.20)$$

Un confronto tra la (5.20) e la (5.17) non è immediato. Introducendo una solidità *equivalente* del rotore ottimo definita attraverso la relazione

$$T_c = \frac{1}{2} \int_0^1 \sigma c_l \bar{r}^2 d\bar{r} = \frac{\sigma_e c_l}{2} \int_0^1 \bar{r}^2 d\bar{r}, \quad (5.21)$$

si ottiene (tenendo conto che il confronto di questa con la (5.20) porta a $\sigma_t = \frac{2}{3}\sigma_e$):

$$Q_c = \frac{\sigma_e c_d}{9} + \frac{T_c^{3/2}}{\sqrt{2}}, \quad (5.22)$$

cioè un rotore ottimo di solidità equivalente pari alla solidità di un corrispondente rotore ideale ha una potenza parassita inferiore dello 11%.

Si noti comunque che $c(r) \rightarrow \infty$ per $r \rightarrow 0$ per cui esistono dei limiti pratici costruttivi di un rotore ottimo.

5.5 Il rotore reale

Nelle realizzazioni pratiche, in genere, si preferisce utilizzare una più semplice distribuzione di calettamento, per cui, a parte i limiti teorici dell'espressione (5.2) la potenza indotta del rotore risulta maggiore di un fattore k ; nel caso di distribuzione di calettamento lineare con r si ha che $k \approx 1.13 \div 1.15$. Se si indica con σ una solidità media del rotore (da non confondere con la solidità equivalente σ_e del rotore ottimo) è possibile scrivere, per un rotore reale:

$$Q_c = \frac{\sigma \bar{c}_d}{8} + k \frac{T_c^{3/2}}{\sqrt{2}} \quad (5.23)$$

La curva $Q_c(T_c)$ viene detta polare in hovering del rotore. Nella Figura 5.3 sono confrontate le polari in hovering per un rotore ideale, rotore ottimo e rotore reale con distribuzione lineare del calettamento. Sovente in letteratura le polari in hovering vengono espresse in termini di $Q_c/\sigma = q_c$ e $\frac{T_c}{\sigma} = t_c$; si noti come t_c e q_c rappresentino i coefficienti di spinta e potenza in cui si è utilizzata come superficie di riferimento la superficie effettiva del rotore $A_r = NcR$.

5.6 La cifra di merito

Essendo $V_\infty = 0$ la definizione di rendimento dell'elica ($\eta = TV_\infty/P$) non può, chiaramente essere applicata al rotore in hovering. In questo caso la valutazione delle prestazioni di un dato rotore è agevolata introducendo la cifra di merito:

$$FM = \frac{P_{i_{min}}}{P} = \frac{T_c^{3/2}/\sqrt{2}}{Q_c}, \quad (5.24)$$

dove con $P_{i_{min}}$ si è indicata la risultare indotta minima possibile. Chiaramente maggiore è FM , migliori le caratteristiche del rotore.

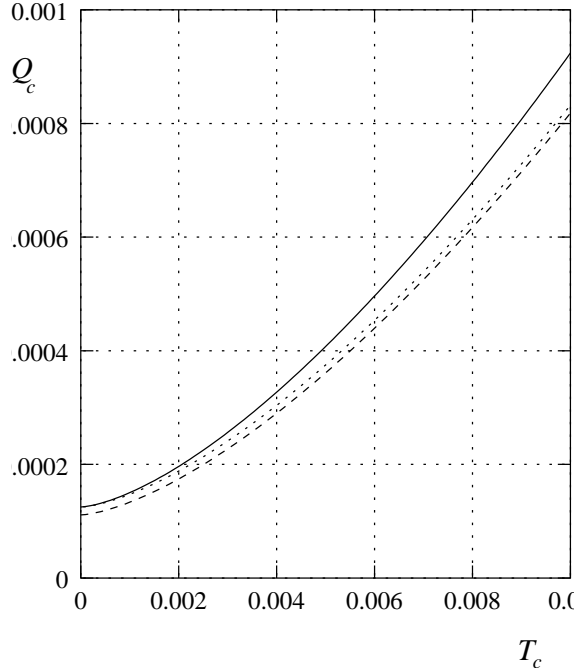


Figura 5.3: Coefficiente di potenza in hovering in funzione del coefficiente di spinta; $\bar{c}_d = 0.01$, $\sigma = 0.1$. — : rotore reale ($k = 1.13$); \cdots : rotore ideale; - - -: rotore ottimo.

L'utilizzo della cifra di merito nel confronto di più rotori richiede però qualche cautela. Due parametri molto importanti nel dimensionamento sono il *disk loading* (T/A) ed il *power loading* (T/P); questi due parametri sono dimensionali e, chiaramente, a parità di spinta T , maggiore è T/P migliore è l'efficienza della macchina. Dalla definizione di FM (5.24) e dalle (5.1) si ricava:

$$FM = \frac{1}{\sqrt{2\rho}} \frac{T}{P} \sqrt{\frac{T}{A}}, \quad (5.25)$$

cioè nel piano $(\sqrt{T/A}, T/P)$ i rotori di pari FM sono individuati da una iperbole. È facile verificare disegnando in questo piano due curve con differente FM che aumentare FM porta ad un aumento di T/P solo se T/A è fissato; quindi *la cifra di merito consente di confrontare le prestazioni di due rotori solo a parità di T/A .*

Nel caso di un rotore reale la dipendenza di FM da T_c è nota se è nota la polare in hovering:

$$FM = \frac{\frac{T_c^{3/2}}{\sqrt{2}}}{\frac{\sigma}{8}\bar{c}_d + k\frac{T_c^{3/2}}{\sqrt{2}}}, \quad (5.26)$$

vedi figura 5.4.

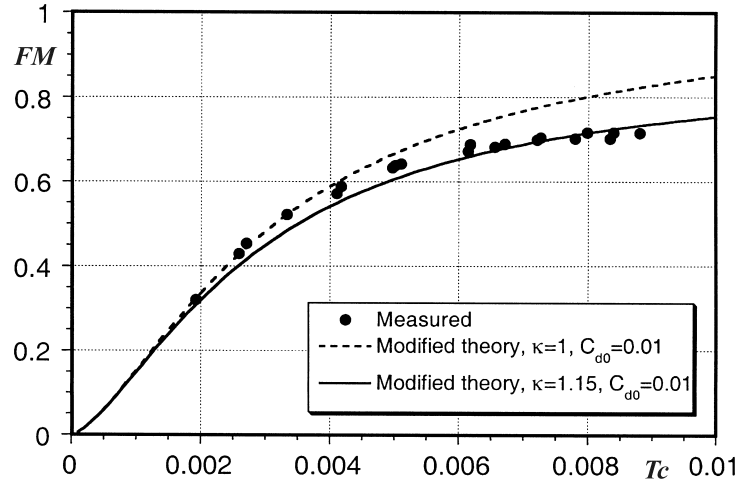


Figura 5.4: Cifra di merito in funzione del coefficiente di spinta (Leishman, 2000).

FM chiaramente aumenta con T_c in quanto le perdite parassite diminuiscono in proporzione rispetto a quelle indotte. Fissato T_c è possibile migliorare significativamente FM agendo su σ e \bar{c}_d .

L'aumento di efficienza al diminuire del c_d degli elementi di pala è ovvio, un pó meno che FM migliori al diminuire di σ ¹. Anche per questa ragione nei rotori reali degli elicotteri in genere la solidità è bassa ($\sigma \approx 0.1$).

Si nota però che, indicando con \bar{c}_l il coefficiente di portanza medio lungo la pala e σ la solidità media dalla (5.9) si ottiene

$$\bar{c}_l = 6 \frac{T_c}{\sigma}, \quad (5.27)$$

cioè, tenendo conto che $c_{l_\alpha} \approx 6.28$, l'angolo di attacco medio è dato da $\bar{\alpha} \approx T_c/\sigma$, per cui diminuire σ comporta, fissato T_c , un aumento dell'angolo di attacco effettivo degli elementi di pala; quindi lo stallo del rotore limita σ , non solo, ma la sicurezza della macchina richiede anche di salvaguardare un certo margine rispetto allo stallo.

Sostituendo nella (5.26) $T_c = \frac{\sigma \bar{c}_l}{6}$ si ottiene:

$$FM = \frac{\frac{1}{6^{3/2}\sqrt{2}} \frac{\bar{c}_l^{3/2}}{\bar{c}_d}}{\frac{1}{8\sigma^{1/2}} + \frac{k}{6^{3/2}\sqrt{2}} \frac{\bar{c}_l^{3/2}}{\bar{c}_d}}. \quad (5.28)$$

Questa relazione mostra che per massimizzare FM è necessario massimizzare \bar{c}_l^3/\bar{c}_d^2 , condizione che aiuta ad individuare l'angolo d'attacco in cui deve funzionare il rotore in hovering.

¹L'aumento di FM è comunque facilmente spiegabile tenendo conto che, a parità di A una diminuzione di σ implica una diminuzione dell'area bagnata del rotore

Nella realtà l'andamento di $FM(T_c)$ si scosta leggermente da quello indicato in figura 5.4 per i valori grandi di T_c . Infatti FM non aumenta indefinitamente con T_c , ma può anche diminuire leggermente, perchè il c_d tende ad aumentare con T_c (aumenta $\bar{\alpha}$).

Nella pratica, con le attuali tecnologie, un rotore dalle buone prestazioni in hovering è caratterizzato da $FM \approx 0.7 \div 0.8$.

Come già detto, FM da solo non è in grado di identificare le prestazioni in hovering del rotore. Dall'espressione della polare in hovering (5.23) si ottiene

$$P = \frac{\sigma \bar{c}_d}{8} \rho \pi \Omega^3 R^5 + \frac{1}{\sqrt{2\rho}} \frac{T^{3/2}}{\sqrt{\pi R}}, \quad (5.29)$$

da cui si evince che la potenza indotta è indipendente da Ω e che può essere minimizzata, fissato il peso del velivolo e quindi T , facendo aumentare R , ne conseguono le grandi dimensioni dei rotori principali degli elicotteri. Un aumento di R non comporta un aumento delle perdite parassite se contemporaneamente si fa diminuire Ω . Ad ogni modo Ω non può essere troppo piccolo perchè:

- 1) come vedremo è necessaria una sufficiente energia cinetica delle pale per consentire il funzionamento in autorotazione;
- 2) l'articolazione del rotore, necessaria per il volo traslato, porta a conicità troppo elevate in hovering se Ω è troppo piccola e quindi ad un degrado delle prestazioni;
- 3) il dimensionamento del rotore richiede anche l'analisi in volo traslato.

5.7 Velocità di salita

Si assume che il rotore abbia velocità di salita assiale pari a V_c ed un relativo rapporto di avanzamento $\mu = V_c/(\Omega R)$.

Per un dato rotore, la teoria dell'elemento di pala ci consente di, assegnato μ , determinare T_c , oppure viceversa, assegnato T_c determinare μ .

È comunque possibile ottenere un'espressione semplificata.

Si assuma che la spinta T sia fissata e, per semplicità di analisi, $w(r) = \text{costante}$. Indicando con i pedici h e c rispettivamente le condizioni di hovering e salita, dalla teoria impulsiva si ottiene ($\lambda_h = w_h(\Omega R)$):

$$(\mu + \lambda_c)\lambda_c = \lambda_h^2, \quad (5.30)$$

da cui

$$\lambda_c = -\frac{\mu}{2} + \lambda_h \sqrt{\frac{\mu_c^2}{4\lambda_h^2} + 1}. \quad (5.31)$$

Poichè nella pratica $\mu/\lambda_h \ll 1$:

$$\lambda_c \approx \lambda_h - \frac{\mu}{2}, \quad (5.32)$$

cioè l'induzione in hovering è maggiore di quella in salita a parità di spinta e risulta che la potenza dissipata in hovering è maggiore di quella dissipata in salita.

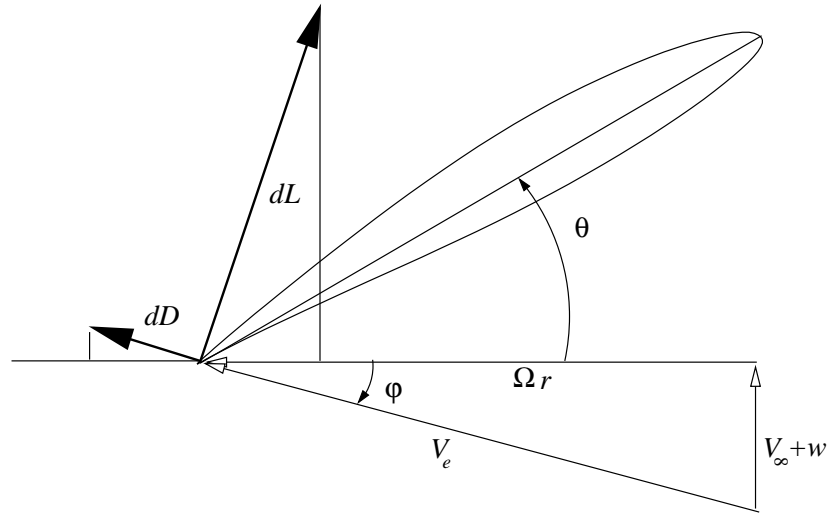


Figura 5.5: Elemento di pala in condizione di autorotazione.

Se si trascura, date le basse velocità V_c la resistenza della fusoliera dell'elicottero, la potenza in salita è data, come in hovering, dal contributo parassita e indotto. Per un dato rotore ad un fissato T_c , corrisponde uno stesso angolo di attacco medio e quindi lo stesso \bar{c}_d per cui la potenza parassita è praticamente la stessa per cui, indicando con $\Delta Q_c = Q_{c_c} - Q_{c_h}$:

$$\Delta Q_c = T_c \mu + T_c \lambda_c - T_c \lambda_h \approx T_c \mu + T_c \left(\lambda_h - \frac{\mu}{2} \right) - T_c \lambda_h \approx \frac{T_c \mu}{2}. \quad (5.33)$$

5.8 Autorotazione

L'autorotazione è una condizione di funzionamento del rotore in cui viene fornita spinta a potenza nulla. Per la conservazione dell'energia, una condizione di questo tipo è possibile solo se il rotore sta perdendo energia potenziale, cioè in discesa.

Si consideri un elemento di pala in discesa assiale, la condizione di autorotazione dell'elemento di pala è data da $dP = (dD \cos \varphi - dL \sin \varphi) \cdot \Omega R = 0$. (vedi figura 5.5). Indicando con E l'efficienza aerodinamica dell'elemento di pala il punto di autorotazione è caratterizzato da

$$\alpha = \theta + \varphi \quad ; \quad \tan \varphi = \frac{1}{E}. \quad (5.34)$$

Noto l'andamento di $1/E$ al variare di α , questa condizione è identificabile con una costruzione grafica, come illustrato in figura 5.6 (in cui si è assunto $\tan \varphi \approx \varphi$). D è il punto di tangenza di una retta inclinata a 45° con la curva $1/E$. L'autorotazione è ottenibile solo per valori di $\theta < \theta_D$ ed, in genere per ciascun θ sono possibili 2 condizioni di autorotazione indentificate dai punti A e E , per i quali è facile verificare che le condizioni di autorotazione (5.5) sono soddisfatte. La condizione di autorotazione è però stabile in A ed instabile in

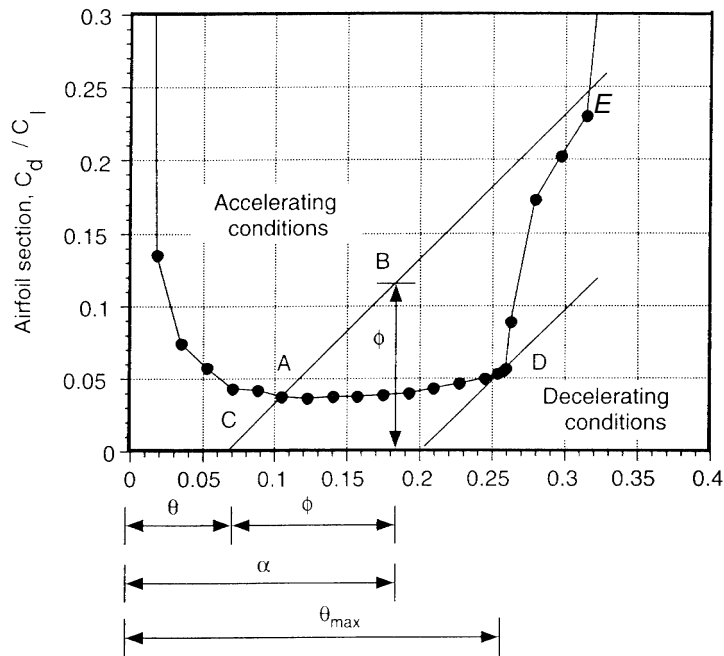


Figura 5.6: Diagramma per descrivere le condizioni di autorotazione di un elemento di pala (Leishman, 2000).

E. Si consideri infatti una perturbazione della condizione *A*, ad esempio una raffica ascendente fa aumentare φ ad un valore φ_B e conseguentemente l'angolo d'attacco. La risposta della forza aerodinamica sarà un valore $\frac{1}{E} < \varphi_B$ per cui la nuova forza aerodinamica porterà ad un aumento di Ω ed una conseguente diminuzione di φ : il sistema tende a ritornare nelle condizioni iniziali. Allo stesso modo si vede che il sistema in *E* risponde ad una perturbazione con l'allontanamento ulteriore da *E*.

Quella illustrata fino ad ora è la condizione di autorotazione di un elemento di pala; nel caso di un rotore in autorotazione, solo per un elemento sarà verificata la condizione descritta in figura 5.5. Tenendo conto che all'aumentare di r diminuisce l'angolo d'attacco dell'elemento, in generale si avrà che gli elementi più vicini e mozzo saranno in stallo, poi si avranno elementi di pala per cui $dP < 0$ ed infine nella parte più esterna della pala si avrà $dP > 0$ però con

$$P = \int_0^R dP = 0.$$

5.9 Curve di funzionamento in salita e discesa

La teoria impulsiva semplice è in grado di descrivere il funzionamento di un rotore non solo in salita e hovering, ma anche per una parte delle condizioni di discesa. Il funzionamento in discesa (per congruenza delle convenzioni sui segni di velocità e forze in discesa è $V_\infty < 0$) è caratterizzato da V_∞ e w di verso

opposto. Fintanto che $|V_\infty| > |2w|$ la teoria impulsiva è in grado di descrivere la condizione di discesa: in questo caso ci si trova nel regime di mulinello frenante già studiato nel capitolo 2.

Si nota però che in discesa la scia è al di sopra e non ad di sotto del rotore (vedi figura 5.7); inoltre la teoria impulsiva non è più applicabile quando $V_\infty + 2w = 0$, infatti in queste condizioni nella scia a valle il flusso medio è nullo, cade l'ipotesi di unidimensionalità. In queste condizioni la scia è fortemente instazionaria e turbolenta e la sezione del tubo di flusso non è chiaramente identificabile.

Questa condizione $V_\infty + 2w = 0$ identifica l'inizio del regime di funzionamento *di scia turbolenta*. Facendo ulteriormente diminuire $|V_\infty|$ la scia turbolenta si avvicina al rotore. Per $V_\infty + w = 0$, il flusso di massa attraverso il rotore è nullo. In queste condizioni è ancora ottenibile una spinta T ma il lavoro nell'unità di tempo che questa forza compie $P_i = T(V_\infty + w) = 0$; si è ottenuta la condizione di funzionamento detta di autorotazione ideale in cui il rotore sta funzionando da *paracadute*.

Per valori ancora più piccoli di $|V_\infty|$ si ha che il flusso medio attraverso il rotore è diretto verso il basso, il campo di moto è caratterizzato da vortici anello in cui il flusso scende attraverso la pala e risale all'esterno. (regime di vortici ad anello, vedi figura 5.7).

Si consideri una condizione di funzionamento in salita e si assuma fissata la spinta; dalla teoria impulsiva

$$2\rho(V_\infty + w)Aw = 2\rho w_h^2 A, \quad (5.35)$$

da cui, introducendo $\tilde{V}_\infty = \tilde{V}_\infty/w_h$ e $\tilde{w} = w/w_h$; $(\tilde{V}_\infty + \tilde{w})\tilde{w} = 1$ per cui

$$\tilde{w} = -\frac{\tilde{V}_\infty}{2} + \sqrt{\left(\frac{\tilde{V}_\infty}{2}\right)^2 + 1}. \quad (5.36)$$

Analogamente, indicando con $P = T(V_\infty + w)$ la potenza coinvolta (Tw è la potenza indotta) e definendo $\tilde{P} = P/P_h$ si ottiene

$$\tilde{P} = \tilde{V}_\infty + \tilde{w} \quad (5.37)$$

Le funzioni (5.36) e (5.37) sono illustrate nelle figure 5.8 e 5.9 e vengono dette curve di funzionamento del rotore; in salita sono curve universali.

Analogamente, la condizione di discesa a mulinello frenante è caratterizzata da $2\rho(V_\infty + w)A(V_\infty - V_\infty - 2w) = 2\rho w_h^2 A$ per cui $(\tilde{V}_\infty + \tilde{w})\tilde{w} = -1$ e quindi

$$\tilde{w} = -\frac{\tilde{V}_\infty}{2} - \sqrt{\left(\frac{\tilde{V}_\infty}{2}\right)^2 - 1}, \quad (5.38)$$

Con la scelta della radice obbligata dal soddisfacimento della relazione $V_\infty + 2w \leq 0$.

La potenza è sempre data da $\tilde{P} = \tilde{V}_\infty + \tilde{w}$ dove però adesso \tilde{w} è data dalla (5.38).

Queste curve di funzionamento universali sono ancora proposte in figura 5.8 e 5.9.

La funzione (5.37) non ammette radici reali per $-2 < \tilde{V}_\infty < 0$ che è proprio l'intervallo in cui la teoria impulsiva non è valida.

In questo intervallo, non avendo nessuna teoria a disposizione le curve di funzionamento di un rotore possono essere determinate solo sperimentalmente. In questo caso è possibile ottenere una definizione di w ponendo per *definizione*

$$P = T(V_\infty + w) + P_p, \quad (5.39)$$

dove P_p è la potenza passiva esprimibile come $P_p = \frac{\sigma c_d}{8} \rho \Omega^3 R^3 A$. Essendo

$$T(V_\infty + w) = T(\tilde{V}_\infty + \tilde{w})w_h = \frac{T_c^{3/2}}{\sqrt{2}}(\tilde{V}_\infty + \tilde{w})\rho \Omega^3 R^3 A, \quad (5.40)$$

si ottiene

$$Q_c = \frac{T_c^{3/2}}{\sqrt{2}}(\tilde{V}_\infty + \tilde{w}) + \frac{\sigma c_d}{8}. \quad (5.41)$$

Conoscendo la geometria del rotore (σ) e l'aerodinamica delle pale (c_d) e misurando Q_c e T_c al variare di \tilde{V}_∞ con la (5.40) è possibile ottenere le curve di funzionamento sperimentali.

Ovviamente non si otterrà più un comportamento universale, ma le discrepanze tra queste curve sono abbastanza piccole, vedi ancora le figure 5.8 e 5.9. Inoltre, sorprendentemente, per un lungo tratto queste sono molto vicine a quelle (tratteggiate) ottenute per $V_\infty < 0$ utilizzando le formule (5.35) e (5.36) valide in salita!

Chiaramente in hovering si ottengono valori di \tilde{w} e \tilde{P} maggiori di 1 in quanto gli esperimenti tengono conto delle perdite di estremità e di quelle dovute alla non costanza di w lungo la pala. Si nota inoltre che l'autorotazione reale si individua nel regime di scia turbolenta.

5.10 Effetto suolo in hovering

Le prestazioni del rotore sono influenzate in modo significativo dalla presenza del suolo o di un altro ostacolo che "costringono" lo sviluppo della scia.

L'esperienza mostra che in condizioni di effetto suolo la spinta aumenta a parità di potenza, o, equivalentemente, la potenza diminuisce a parità di spinta.

Una spiegazione definitiva di questo effetto non è stata ancora data. Una prima interpretazione può essere ottenuta considerando che, fissata l'induzione e quindi la potenza, il suolo costringe la scia a curvarsi in modo simmetrico al suo asse. La curvatura delle linee di corrente comporta un gradiente normale di pressione, per cui la pressione media a valle del rotore risulta maggiore e porta ad un aumento della spinta.

Un altro modello, che ha anche portato a risultati quantitativi, consiste nello studiare il sistema vorticoso della scia ed utilizzare il metodo delle immagini per imporre la condizione al contorno di velocità normale nulla al suolo.

Il sistema vorticoso immagine induce sul rotore una componente di velocità indotta di verso opposto per cui a parità di spinta, l'induzione totale sul rotore diminuisce portando ad una diminuzione della potenza indotta.

Un'espressione analitica del rapporto delle spinte con e senza effetto suolo (a potenza costante) basata su correlazioni sperimentali è data da

$$\frac{T}{T_\infty} = \frac{1}{1 - \left(\frac{R}{4z}\right)^2}, \quad (5.42)$$

dove z indica la distanza dal suolo del rotore. Questa relazione indica che l'effetto suolo in hovering diventa trascurabile per $z \geq 2R$.

Per quanto riguarda la potenza, poichè possiamo vedere l'effetto suolo come un aumento di spinta a parità di potenza indotta, allora $\lambda T_c = \lambda_\infty T_{c_\infty}$ da cui

$$\frac{\lambda}{\lambda_\infty} = \frac{T_{c_\infty}}{T_c} = \frac{T_\infty}{T} = K_G, \quad (5.43)$$

e quindi a parità di spinta

$$\frac{P_c}{P_{c_\infty}} = \frac{T_c}{T_c} \frac{\lambda}{\lambda_\infty} = K_G. \quad (5.44)$$

Oppure, tenendo conto che l'effetto è sostanzialmente sulla potenza indotta²

$$P = P_P + K_G P_{i_\infty}. \quad (5.45)$$

5.11 Esercizi

1. *Assegnati i parametri fondamentali del rotore di un rotore di elicottero, determinare spinta e potenza con la teoria impulsiva.*
2. *Determinare con la teoria dell'elemento di pala la polare in hovering di un rotore assegnato.*
3. *Confrontare la polare in hovering di un rotore determinata con la teoria dell'elemento di pala con le polari "ideale" e "ottima" di un rotore equivalente. Stimare il valore del parametro K .*

²In realtà l'effetto suolo porta anche ad una leggera riduzione della potenza parassita a causa della diminuzione dell'angolo d'attacco dell'elemento di pala a parità di spinta.

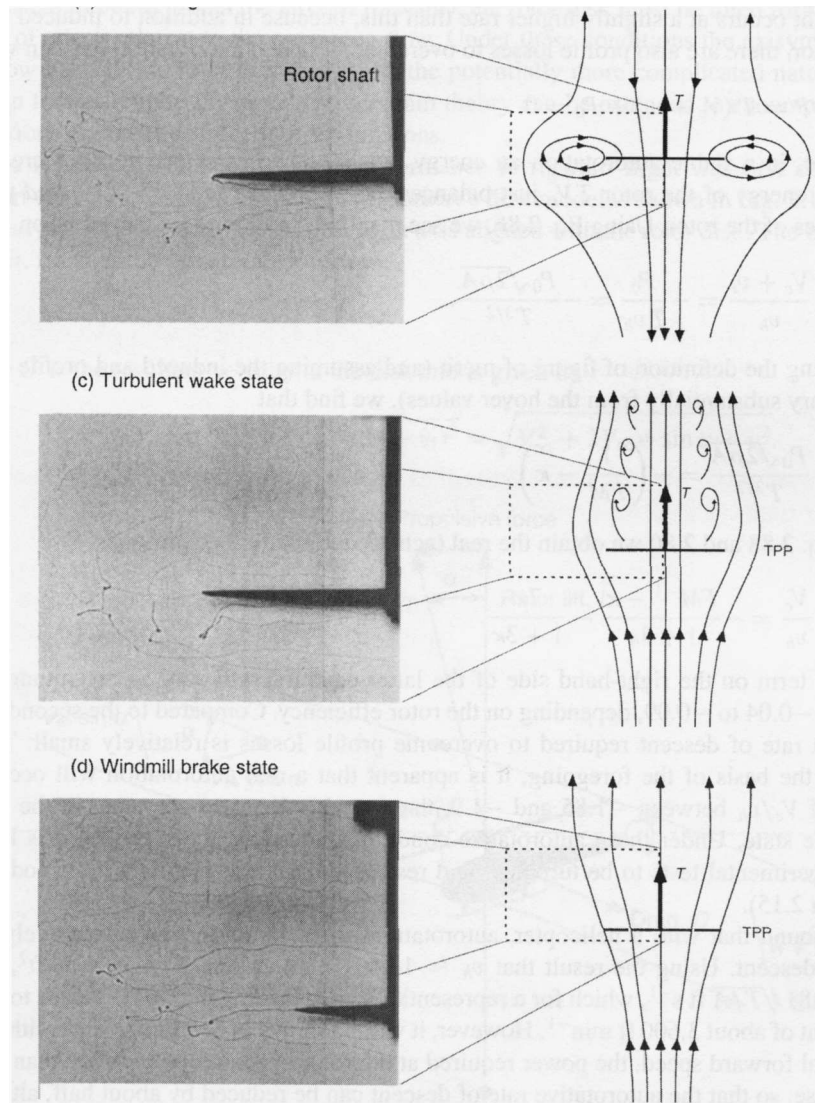


Figura 5.7: Regimi di funzionamento del rotore in discesa (Leishman, 2000).

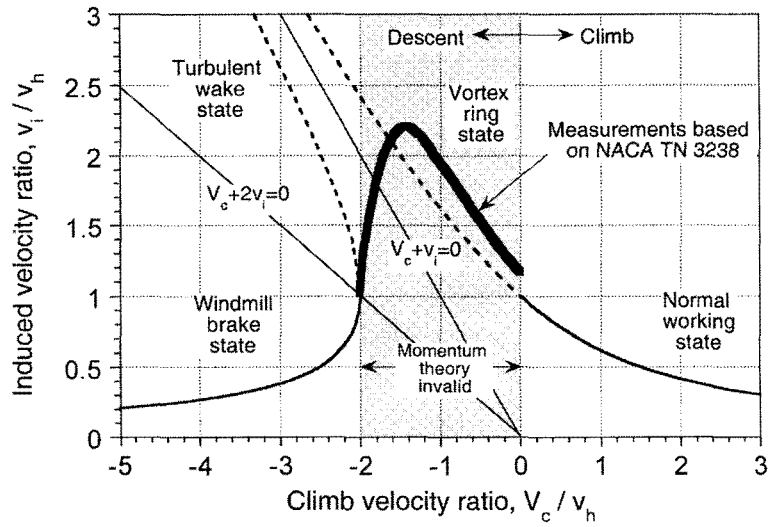


Figura 5.8: Velocità indotta in funzione delle velocità di salita o discesa (Leishman, 2000).

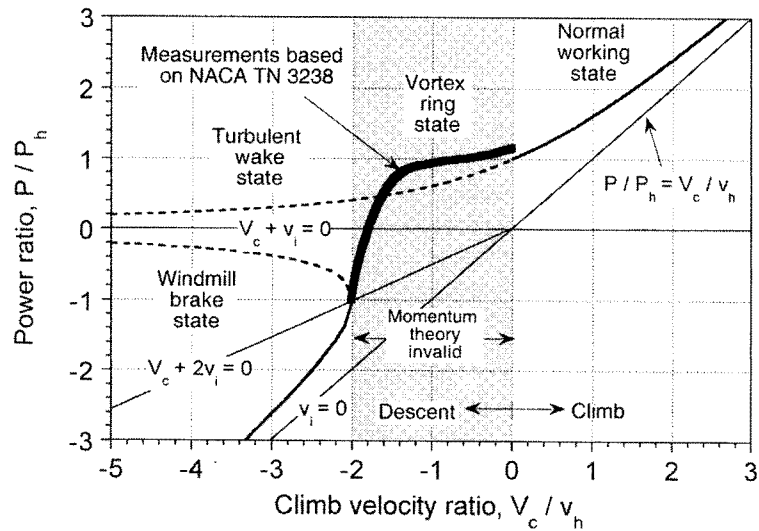


Figura 5.9: Potenza richiesta in funzione della velocità di salita o discesa (Leishman, 2000).

Capitolo 6

Il rotore rigido in volo traslato

6.1 Teoria impulsiva per le eliche in flusso non assiale

Glauert ipotizzò la possibilità di estendere la teoria impulsiva semplice anche al caso di eliche in flusso non assiale, ma per questa teoria che, d'altra parte ha dimostrato un ottimo accordo con l'evidenza sperimentale, non esiste, a tutt'oggi, una rigorosa derivazione matematica.

Si supponga quindi che la corrente asintotica V_∞ formi un angolo d'attacco α con il piano dell'elica ($\alpha = 90^\circ$ equivalente a condizioni di flusso assiale).

Glauert fa le seguenti assunzioni:

1. in corrispondenza dell'elica si ha una velocità indotta w che è normale al piano del disco;
2. all'infinito a valle essa diventa $2w$;
3. la spinta che si ottiene, diretta secondo l'asse dell'elica è pari a

$$T = 2\dot{m} w, \quad (6.1)$$

dove la portata $\dot{m} = \rho V' A$, è ottenuta con il vettore velocità \underline{V} dato dalla *somma vettoriale*

$$\underline{V}' = \underline{V}_\infty + \underline{w}. \quad (6.2)$$

La potenza indotta è data quindi da

$$P_i = \frac{1}{2} \dot{m} \left(V_{fin}^2 - V_{in}^2 \right), \quad (6.3)$$

con $V_{fin}^2 = \left(V_\infty \sin \alpha + 2w \right)^2 + \left(2w \cos \alpha \right)^2$ e $V_{in}^2 = V_\infty^2$, per cui

$$\begin{aligned} P_i &= \frac{1}{2} \rho V' A \left[\left(V_\infty + 2w \sin \alpha \right)^2 + \left(2w \cos \alpha \right)^2 - V_\infty^2 \right] = \\ &= 2\rho V' A w (w + V_\infty \sin \alpha) = T V_n', \end{aligned} \quad (6.4)$$

dove V'_n è la componente della velocità V' normale al piano dell'elica.

Anche se la relazione (6.1) è *formalmente* identica alla relazione (1.11), essa è *sostanzialmente* diversa in quanto nella (6.1) \dot{m} non è la portata d'aria che attraversa il disco attuatore, ma è significativamente maggiore.

In condizioni di flusso assiale o a punto fisso (hovering) le relazioni (6.1) e (6.4) restituiscono i risultati della teoria impulsiva classica.

Si applichino i risultati della teoria dell'ala ellittica ad un'ellisse di eccentricità 0 (cioè un cerchio), con $V_\infty \gg 0$ e posta ad incidenza $\alpha = 0^0$; si ha:

$$\alpha_i \approx \frac{w}{V_\infty} = \frac{C_L}{\pi \mathcal{R}} \Rightarrow C_L = \pi \mathcal{R} \frac{w}{V_\infty}, \quad (6.5)$$

dove α_i è l'angolo di incidenza indotta e w la velocità indotta perpendicolare a V_∞ . Si nota che il modello dell'ala ellittica applicata al cerchio è equivalente a quello di disco attuatore, entrambi caratterizzati da una velocità indotta w ed una forza (portanza o spinta) ad essa parallela e opposta.

Utilizzando la (6.5) e la definizione di coefficiente di portanza di un'ala si ottiene per l'ala circolare, nelle ipotesi di validità della teoria dell'ala ellittica

$$L = C_L \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 A = 2\rho V_\infty A w. \quad (6.6)$$

Essendo, per $V_\infty \gg 0$, $V_\infty \approx V'$ abbiamo ottenuto che *la teoria impulsiva per le eliche in flusso non assiale è in accordo con la teoria dell'ala ellittica applicata ad un cerchio posto a incidenza nulla e velocità asintotica moto elevata.*

6.1.1 Funzionamento a spinta costante

Tenendo conto che $V'^2 = (V_\infty \sin \alpha + w)^2 + (V_\infty \cos \alpha)^2$ e applicando la (6.1) si ottiene

$$\frac{T^2}{(2\rho A)^2} = w^2 \left[(V_\infty \sin \alpha + w)^2 + (V_\infty \cos \alpha)^2 \right]. \quad (6.7)$$

In caso di elica a punto fisso o hovering a parità di spinta si ha:

$$\frac{T^2}{(2\rho A)^2} = w_h^4. \quad (6.8)$$

Uguagliando le relazioni (6.7) e (6.8) e definendo, come nel capitolo precedente $\tilde{V}_\infty = V_\infty/w_h$ e $\tilde{w} = w/w_h$ si ottengono le curve di funzionamento per le eliche in flusso non assiale al variare dell'angolo d'attacco:

$$\left(\tilde{V}_\infty \tilde{w} \sin \alpha + \tilde{w}^2 \right)^2 + \tilde{V}_\infty^2 \tilde{w}^2 \cos^2 \alpha = 1. \quad (6.9)$$

Queste curve sono diagrammate in 6.1.

Adimensionalizzando la potenza indotta rispetto alla potenza indotta in hovering a parità di spinta ($\tilde{P}_i = P_i/P_{i_h}$), si ottiene

$$\tilde{P}_i = \tilde{V}_\infty \cdot \sin \alpha + \tilde{w}, \quad (6.10)$$

vedi figura 6.2.

Si noti che le relazioni (6.9) e (6.10) per $\alpha = 90^0$ coincidono con le curve di funzionamento del rotore in salita assiale.

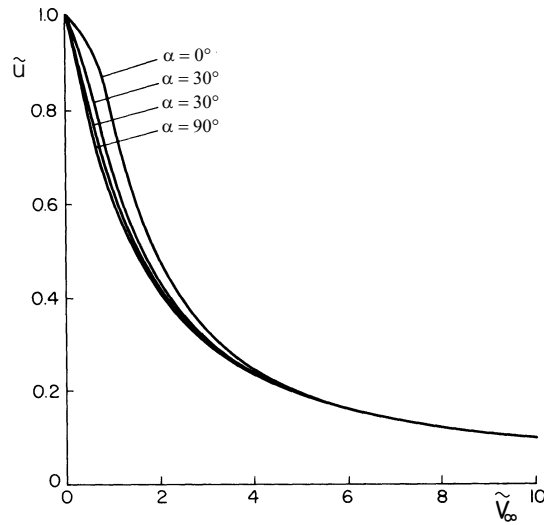


Figura 6.1: Curve di funzionamento $\tilde{w}(\tilde{V}_\infty)$ a spinta costante per eliche il flusso non assiale.

6.1.2 Funzionamento a potenza costante

Se si confronta una condizione di funzionamento generica con quella in hovering ad uguale potenza si ottiene

$$1 = T(V_\infty \sin \alpha + w)/T_h w_h; \quad (6.11)$$

per cui, definito $\tilde{T} = T/T_h$, si ha

$$\tilde{T} = (V_\infty \sin \alpha + \tilde{w})^{-1}, \quad (6.12)$$

Sostituendo nella (6.7) la (6.12) e tenendo conto che $w_h^2 = T_h/(2\rho A)$ si ottengono le curve di funzionamento a potenza costante

$$\left[(\tilde{V}_\infty \tilde{w} \sin \alpha + \tilde{w}^2)^2 + \tilde{V}_\infty^2 \tilde{w}^2 \cos^2 \alpha \right] (\tilde{V}_\infty \sin \alpha + \tilde{w}) = 1; \quad (6.13)$$

Le relazioni (6.13) e (6.12) diagrammate rispettivamente nelle figure 6.3 e 6.4 consentono di analizzare la spinta di una data elica (o rotore) nota la potenza disponibile.

6.2 Il rotore in volo traslato

I parametri che caratterizzano il funzionamento in volo traslato sono

$$\mu = \frac{V_\infty \cos \alpha}{\Omega R}, \quad \lambda = \frac{V_\infty \sin \alpha + w}{\Omega R} = \mu \tan \alpha + \lambda_i. \quad (6.14)$$

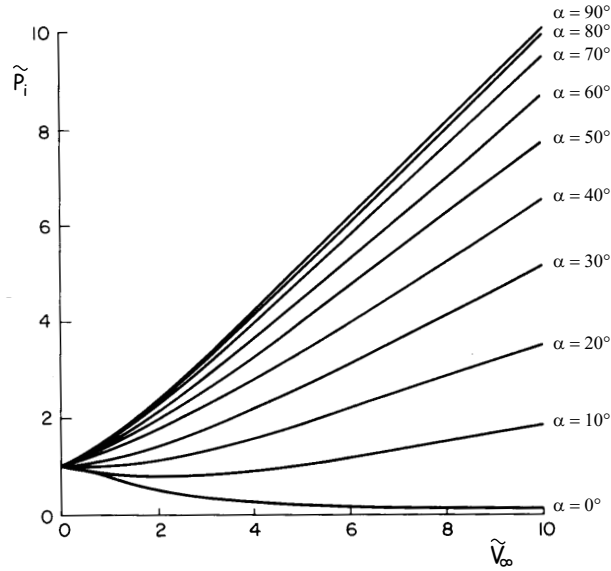


Figura 6.2: Curve $\tilde{P}_i(\tilde{V}_\infty)$ a spinta costante per eliche in flusso non assiale.

μ e λ vengono rispettivamente chiamati rapporto di avanzamento e rapporto di ingresso. Il rapporto di ingresso indotto λ_i è dato da, utilizzando la relazione (6.7):

$$\lambda_i = \frac{T_c}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}}, \quad (6.15)$$

per cui la curva di funzionamento a spinta costante è data anche da

$$\lambda = \mu \tan \alpha + \frac{T_c}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}}, \quad (6.16)$$

Per $\mu \gg \lambda$: $\lambda_i \approx T_c/(2\mu)$. Questa assunzione corrisponde ad aver simulato il disco attuatore come un'ala ellittica. Si può verificare che questa approssimazione è buona per $\mu/\lambda_h \geq 1.5$ che corrisponde, in genere, a $\mu \geq 0.1$. Il funzionamento del rotore in volo traslato si divide quindi in due regimi:

1. $\mu < 0.1$, regime di transizione in cui la scia non è più assiale, ma la sua estensione verticale è ancora significativa
2. $\mu > 0.1$, regime ad alta velocità, caratterizzato dal funzionamento con carico ellittico in cui la scia è praticamente piana.

L'angolo che la scia forma con l'asse del rotore è determinata con buona approssimazione della teoria impulsiva ed è dato da $\chi = \arctan(\mu/\lambda)$. Il regime di transizione è in genere caratterizzato da $\chi = 0^\circ \div 60^\circ$.

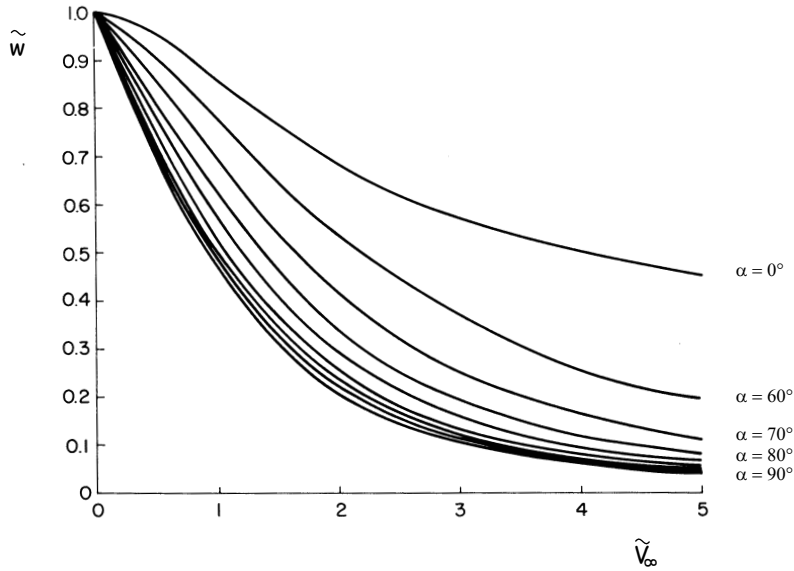


Figura 6.3: Curve di funzionamento $\tilde{w}(\tilde{V}_\infty)$ a potenza costante per eliche in flusso non assiale.

6.3 Potenza parassita in volo traslato

In volo traslato la velocità che investe l'elemento di pala dipende dalla posizione della pala stessa. Si indica con ψ , angolo di *azimut*, l'angolo che l'asse della pala forma con la velocità di traslazione proiettata sul piano di rotazione ($V_\infty \cos \alpha$ o vedi figura 6.5). A una data stazione lungo il raggio r , la velocità che investe l'elemento di pala nel piano di rotazione è data da una componente perpendicolare al raggio ed da una parallela, date rispettivamente da

$$U_T = \Omega r + V_\infty \cos \alpha \sin \psi, \quad U_R = V_\infty \cos \alpha \cos \psi. \quad (6.17)$$

La resistenza aerodinamica che agisce sull'elemento di pala, $dD = C_d \frac{1}{2} \rho_\infty U_T^2 dr$, comporta una potenza istantanea assorbita dalla pala per effetto delle forze parassite di natura viscosa $dP_p = dD U_T$ che, integrata lungo la pala, dà la potenza istantanea assorbita dalle forze viscose. Conviene fare riferimento al valore medio che si ottiene durante una rotazione; tenendo conto del numero di pale N si ottiene:

$$P_0 = \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R C_d \frac{1}{2} \rho_\infty \left(\Omega r + V_\infty \cos \alpha \sin \psi \right)^3 dr d\psi. \quad (6.18)$$

Integrando ed adimensionalizzando la potenza si ottiene (si è introdotto un coefficiente di resistenza medio \bar{C}_d)

$$P_{c_0} = \frac{\sigma \bar{C}_d}{8} (1 + 3\mu^2). \quad (6.19)$$

Si nota che $\sigma \bar{C}_d / 8$ è il coefficiente di potenza parassita in hovering, per cui questa relazione mette in evidenza che in volo traslato la potenza parassita è

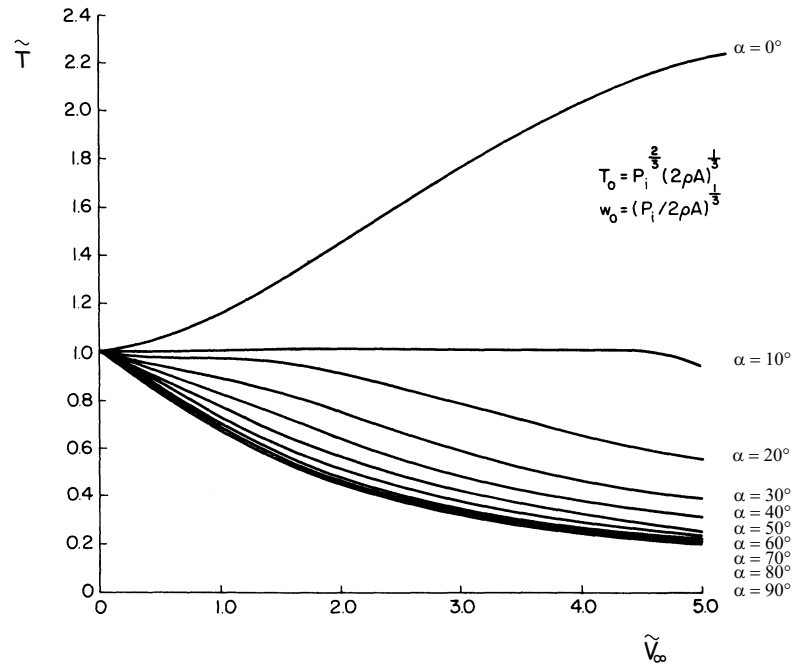


Figura 6.4: Curve di funzionamento $\tilde{T}(\tilde{V}_\infty)$ a potenza costante per eliche in flusso non assiale.

data dalla potenza parassita in hovering più un'altra aliquota proporzionale a μ^2 .

Nell'espressione (6.19) si è trascurato il contributo dovuto allo scorrimento del flusso lungo la pala ($V_\infty \cos \alpha \cos \psi$). Per tenere conto di questo effetto e delle altre approssimazioni insite nella (6.19) si è soliti sostituire il fattore 3 della (6.19) con un coefficiente $K \approx 4 \div 5$, un tipico valore suggerito è $K = 4.7$, Stepniewski & Keys (1984).

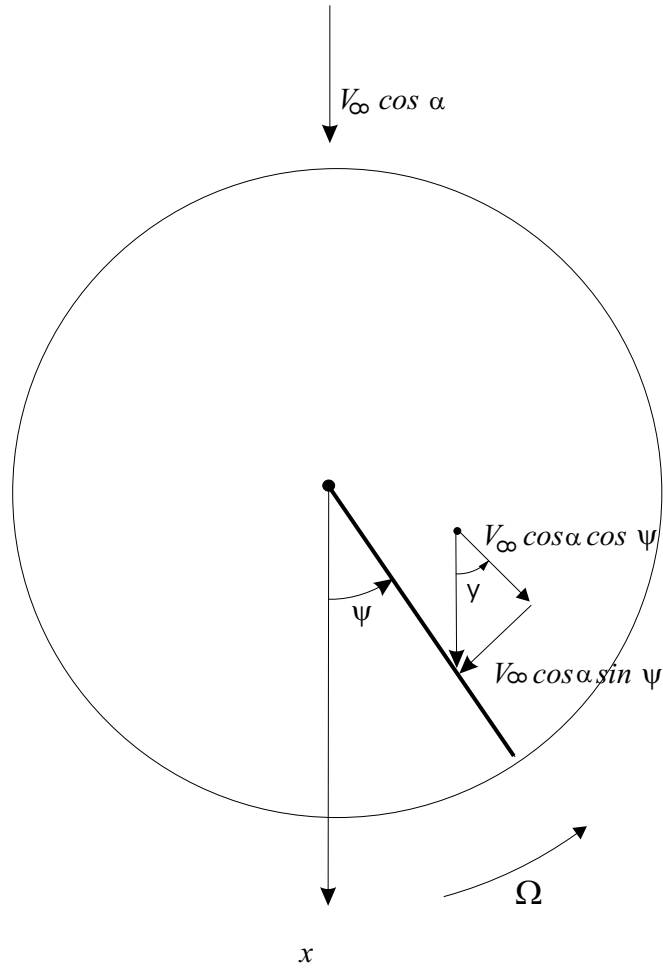


Figura 6.5: Velocità che investe un elemento di pala in volo traslato.

6.4 Stima della potenza necessaria al volo traslato livellato

La potenza necessaria al volo traslato livellato di un elicottero è data da

$$P = P_i + P_p + P_{fus}, \quad (6.20)$$

dove

1. P_i è la potenza indotta assorbita dal rotore;
2. P_p è la potenza parassita assorbita dal rotore;
3. P_{fus} è la potenza parassita assorbita dalla fusoliera, dal mozzo, dal carrello, etc.

Note le caratteristiche fondamentali di un elicottero è possibile ottenere una rapida stima della potenza al variare di V_∞ .

Si assume $\alpha = 0^0$, ipotesi sufficientemente valida in prima approssimazione.

6.4.1 Potenza indotta.

Dall'espressione della potenza indotta per eliche in flusso non assiale (6.4) si ricava:

$$P_i = T(V_\infty \sin \alpha + w) = Tw. \quad (6.21)$$

D'altra parte in volo livellato uniforme $T \approx W$ (W è il peso dell'elicottero), per cui è necessario solo determinare w .

Per $V_\infty = 0$ (hovering) w e P_i sono già state calcolate; infatti dalla (5.1) si ottiene

$$w_h = \sqrt{\frac{W}{2\rho A}}; \quad P_{i_h} = \sqrt{\frac{W^3}{2\rho A}}. \quad (6.22)$$

Per $V_\infty \neq 0$ e $V_\infty \gg 0$ (o meglio $V_\infty \gg w$) si può considerare $V' \approx V_\infty$, quindi, per le (6.1) e (6.21):

$$P_i \approx \frac{W^2}{2\rho AV_\infty}; \quad (6.23)$$

da cui si evince che, per velocità V_∞ elevate la potenza indotta diminuisce iperbolicamente con V_∞ . Si nota che questa espressione è valida quando $\lambda \approx \lambda_i \approx T_c/(2\mu)$, cioè siamo nel regime già definito di alta velocità.

Per bassi valori di V_∞ la (6.23) non è più valida (prevede addirittura $P_i = \infty$ per $V_\infty = 0$) ed il calcolo della potenza indotta richiede l'utilizzo della più completa relazione (6.4).

6.4.2 Potenza parassita del rotore.

Per il calcolo della potenza parassita assorbita dal rotore possiamo utilizzare la relazione (6.4) determinata nel paragrafo precedente:

$$P_p = \frac{\sigma \bar{C}_d}{8} \rho_\infty A \Omega R \left(\Omega^2 R^2 + K V_\infty^2 \right), \quad (6.24)$$

con $K = 4.7$.

Si nota che la potenza parassita del rotore cresce con il quadrato della velocità e parte da un valore finito a $V_\infty = 0$.

6.5 Potenza parassita della fusoliera.

La potenza assorbita dalla cellula è data dal lavoro compiuto, nell'unità di tempo, dalla resistenza dell'elicottero (eccetto il rotore):

$$P_{fus} = f \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^3, \quad (6.25)$$

dove il fattore f , che ha le dimensioni di un superficie, viene denominato area bagnata equivalente.

f dipende dallo sforzo fatto, in fase progettuale, nel *sagomare aerodinamicamente* la fusoliera ed il mozzo dell'elicottero; un valore tipico è $f/A \approx 0.007$.

| <i>Componente</i> | f/A | % |
|--------------------------------------|---------|-----|
| <i>fusoliera</i> | 0.00210 | 30 |
| <i>gondole motore</i> | 0.00042 | 6 |
| <i>mozzo</i> | 0.00245 | 35 |
| <i>mozzo rotore di coda</i> | 0.00028 | 4 |
| <i>carrello principale</i> | 0.00042 | 6 |
| <i>carrello di coda</i> | 0.00028 | 4 |
| <i>piano di coda orizzontale</i> | 0.00007 | 1 |
| <i>piano di coda verticale</i> | 0.00007 | 1 |
| <i>interferenza rotore/fusoliera</i> | 0.00047 | 7 |
| <i>sistema di scarico</i> | 0.00021 | 3 |
| <i>altro</i> | 0.00021 | 3 |
| <i>totale</i> | 0.00700 | 100 |

Tabella 6.1: Tipico *breakdown* della resistenza della fusoliera di un elicottero.

Un calcolo approssimato di f è ottenibile sommando la resistenza dei singoli componenti dell'elicottero:

$$f = \sum_n C_{D_n} S_n, \quad (6.26)$$

dove C_{D_n} è il coefficiente di resistenza del componente n -esimo e S_n l'area di riferimento utilizzata nella sua definizione.

Un tipico *breakdown* della potenza assorbita dalla fusoliera è proposto in tabella (6.1). Si noti che questo contributo di potenza cresce con il cubo di V_∞ ed è nullo a $V_\infty = 0$.

La somma di questi tre contributi fornisce la potenza necessaria al volo traslato al variare di V_∞ .

In un ampio intervallo delle velocità V_∞ , la potenza necessaria al volo traslato è inferiore a quella in hovering; questo è dovuto al fatto che, in volo traslato, vengono trattate portate d'aria molto più elevate, per cui, per ottenere la spinta necessaria sono necessarie minori accelerazioni del flusso d'aria.

La potenza disponibile è, in genere, costante con V_∞ , ma diminuisce all'aumentare della quota, per cui, quando le due curve (potenza necessaria e disponibile) diventano tangenti a $V_\infty = 0$ si ottiene la quota di tangenza in hovering, oltre la quale l'elicottero non è in grado di volare a $V_\infty = 0$. La quota di tangenza in volo traslato si ottiene invece quando la curva della potenza disponibile diventa tangente alla curva della potenza necessaria nel suo punto di minimo.

6.6 La zona di flusso inverso.

Un altro fenomeno, collegato al volo traslato è la formazione di una zona lungo la pala in cui la velocità effettiva è negativa.

Questo luogo di punti è identificato dall'equazione $U_T = 0$:

$$\bar{r} + \mu \sin \psi = 0. \quad (6.27)$$

È facile verificare che questa equazione descrive, in coordinate adimensionali una circonferenza con centro nel punto ($\bar{r} = \frac{\mu}{2}, \psi = 270^\circ$) e raggio $\mu/2$.

Per bassi valori del rapporto di avanzamento, questa zona è confinata nei pressi del mozzo e quindi ha scarsi effetti sulle prestazioni del rotore che, invece, vengono influenzate sempre di più all'aumentare di μ .

6.7 Effetto suolo in volo traslato.

In volo traslato l'effetto suolo diminuisce rapidamente all'aumentare di $V_\infty \cos \alpha$. L'esperienza mostra che esso diventa trascurabile per $V_\infty \cos \alpha \approx 2w_h$ oppure, approssimativamente, per $\mu \approx 0.10$.

Questo è facilmente spiegabile tenendo conto che la scia interagisce sempre di meno (e più lontano dall'elicottero) all'aumentare di $V_\infty \cos \alpha$.

Un'espressione approssimata del rapporto delle spinte con e senza effetto suolo, Johnson (1980), p.147 è data da

$$\frac{T}{T_\infty} = 1 / \left[1 - k_1 \frac{\left(\frac{R}{4z}\right)^2}{1 + \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2} \right]. \quad (6.28)$$

Il coefficiente k_1 può essere scelto un prima approssimazione pari a 1, oppure, per tenere conto del carico della pala $k_1 = \sigma C_{l_\alpha} \lambda / (4T_c)$.

La (6.28) è sufficientemente accurata per $z/R \geq 0.5$

6.8 Esercizi

1. Assegnati, la spinta T la quota (ρ), il raggio dell'elica e l'angolo d'attacco, data V_∞ determinare w e P_i utilizzando le curve di funzionamento per le eliche in flusso non assiale.
2. Assegnati la potenza P_i , la quota (ρ), il raggio dell'elica e l'angolo d'attacco, data V_∞ determinare w e T utilizzando le curve di funzionamento per le eliche in flusso non assiale.
3. Assegnati i parametri e le grandezze fondamentali di un elicottero stimare la potenza necessaria al volo per $\mu = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$.

Capitolo 7

Il rotore articolato

7.1 Necessità del rotore articolato

Nel capitolo precedente è stato messo in luce che, in volo traslato, la pala che avanza ($0^\circ < \psi < 180^\circ$) vede una corrente a velocità maggiore della pala che arretra; questo fatto comporta chiaramente che la pressione dinamica e, quindi, le forze aerodinamiche variano ciclicamente durante la rotazione della pala, con un massimo ed un minimo, rispettivamente nelle fasi di avanzamento e arretramento. La portanza, in particolare, genera un momento, rispetto al mozzo, che varia ciclicamente. Questo fenomeno è dannoso per due motivi fondamentali:

1. la coppia variabile generata dalla portanza, trasmessa attraverso il mozzo alla fusoliera genera una rotazione intorno all'asse di rollio che pregiudica le caratteristiche di qualità di volo dell'elicottero;
2. i rotori degli elicotteri sono caratterizzati da elevato raggio e bassa solidità che comportano elevati momenti flettenti alla radice; un momento flettente che varia ciclicamente. complica ulteriormente la progettazione strutturale del mozzo.

La soluzione classica adottata per risolvere questi problemi consiste nell'inserire nel mozzo una cerniera (e quindi un'articolazione) che lascia la pala libera di ruotare sotto l'azione della portanza (nel piano che contiene l'asse del rotore e la pala stessa). In questo modo il momento dovuto alla portanza non viene più trasmesso al resto della struttura eliminando così il rollio della macchina e la sollecitazione strutturale ciclica del mozzo.

Questo moto della pala viene detto di *flappeggio* e la cerniera intorno alla quale avviene la rotazione viene detta *cerniera di flappeggio*; la posizione della pala rispetto al piano del rotore è individuata dall'angolo di flappeggio β .

Il piano di flappeggio, (che contiene la pala durante il flappeggio stesso) ruota con velocità angolare Ω intorno all'asse del rotore per cui il moto di flappeggio avviene in un riferimento non inerziale.

Se indichiamo con \underline{V}_r la velocità, rispetto a questo riferimento, di un elemento di pala di massa dm posto a distanza r dal mozzo (\underline{V}_r è dovuta solo al moto di flappeggio) nasce una forza di Coriolis data da $d\underline{F}_{Cor} = 2dm \underline{\Omega} \times \underline{V}_r$, dove il vettore $\underline{\Omega}$ ha intensità pari a Ω ed è diretto come l'asse di rotazione del rotore. $d\underline{F}_{Cor}$ è perpendicolare al piano di flappeggio e si oppone al moto

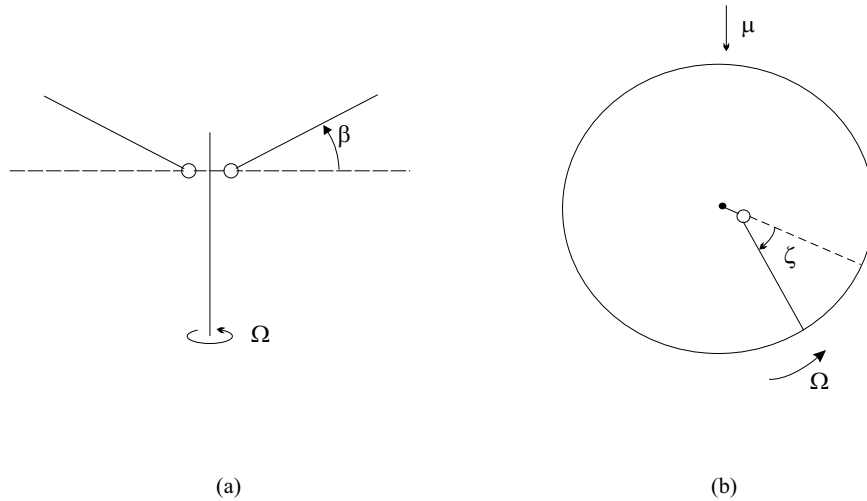


Figura 7.1: Definizione degli angoli di flappeggio $\beta(a)$ e arretramento $\zeta(b)$ della pala.

di rotazione principale della pala (quello cioè con velocità Ω) quando la pala sale (in avanzamento). Nasce così un nuovo momento ciclico, che, anche se di entità inferiore, può portare allo stesso tipo di inconvenienti che hanno richiesto l'introduzione della cerniera di flappeggio. Per le stesse ragioni quindi, viene introdotta una *cerniera di arretramento* che lascia la pala libera di *arretrare* sotto l'azione delle forze di Coriolis; il moto (nel piano di rotazione principale del rotore) viene detto moto di *arretramento* e l'angolo che individua la posizione della pala in questo moto è detto angolo di *arretramento*. (vedi figura 7.1)

La presenza del moto di flappeggio e arretramento non può non avere influenza sulle prestazioni del rotore che, infatti, dipendono fondamentalmente dalla velocità relativa tra pala e flusso d'aria.

La presenza delle cerniere di flappeggio e arretramento rende notevolmente complessa e difficile la progettazione e realizzazione del mozzo del rotore, ulteriormente complicato, come vedremo, dalla presenza dei meccanismi di variazione del passo ciclico e collettivo per consentire il controllo dell'elicottero. Il mozzo del rotore diventa quindi una delle parti fondamentali e più complesse dell'elicottero, vedi figura 7.2.

Il rotore articolato con cerniere di flappeggio e arretramento e con dispositivo *a cuscinetti* per il controllo del passo ciclico e collettivo costituisce la soluzione classica adottata nel mozzo degli elicotteri. Esistono però diverse soluzioni alternative; basti pensare alla soluzione limite mozzo *senza cerniere* in cui il moto di flappeggio e arretramento viene ottenuto mediante la costruzione di una pala *flessibile*.

7.2 Passo ciclico e collettivo

La forza aerodinamica varia notevolmente se cambia l'angolo d'attacco a cui lavora l'elemento di pala; per cui un sistema conveniente per il controllo del-

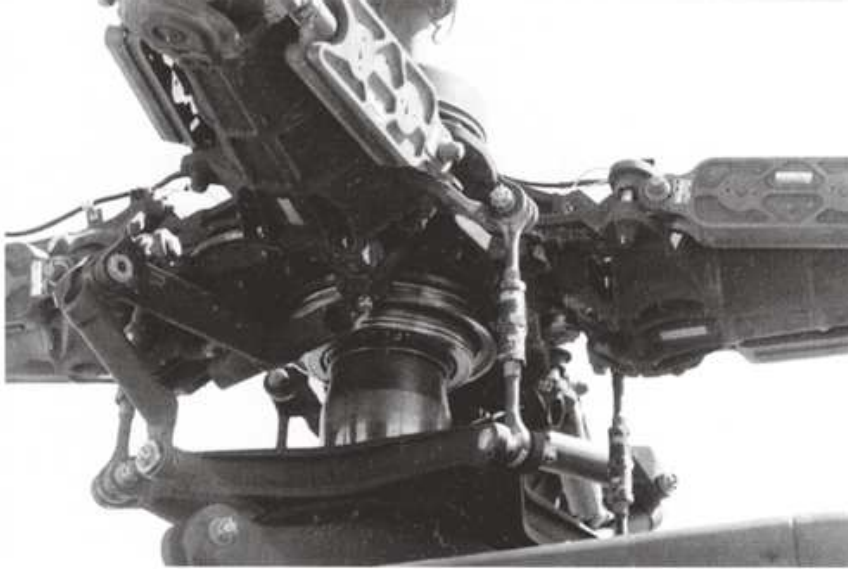


Figura 7.2: Il mozzo dell'elicottero AH-64 (Leishman (2000)).

L'elicottero consiste nel consentire al pilota di variare l'angolo di calettamento (il passo) della pala. Questo sistema risulta ulteriormente vantaggioso perchè i momenti che si debbono contrastare per la variazione del passo (i momenti aerodinamici) sono piccoli, addirittura nulli se si utilizza un profilo simmetrico incernierato a $1/4$ della corda.

Per controllare il volo di un elicottero non è necessario solo far variare il modulo della spinta ma anche la sua direzione in quanto la componente orizzontale della spinta può essere usata a scopi propulsivi (contrastare la resistenza aerodinamica di tutto l'elicottero). È evidente però che ruotare il mozzo per far ruotare la spinta non è il sistema più semplice e conveniente.

Indichiamo con il termine *piano del mozzo* il piano perpendicolare all'asse meccanico (albero) del rotore. È possibile cambiare la direzione della spinta dando la possibilità di variare il passo della pala ciclicamente durante una rotazione. Infatti se il passo varia ciclicamente rispetto al piano del mozzo, esisterà un piano rispetto al quale il passo non varia (questo risultato è esattamente valido se la variazione ciclica del passo è di sola prima armonica), la direzione della spinta sarà sostanzialmente normale a questo piano, detto *piano senza passo ciclico*.

Il meccanismo di variazione ciclica del passo, comandato dal pilota, consiste in una piastra collegata all'albero in grado di inclinarsi rispetto all'albero stesso. Questa piastra però non ruota; su di essa è appoggiata, tramite cuscinetti, una ralla che ruota solidale con le pale del rotore, collegata ad esse attraverso un sistema di leve, che fanno variare l'incidenza della pala.

Se, invece di inclinarsi, la piastra viene alzata o abbassata: essa trasmette una rotazione identica a tutte le pale e permette quindi di variare non ciclicamente ma collettivamente il passo delle pale, cioè si garantisce, oltre alla variazione del passo ciclico, la possibilità di variare il *passo collettivo*, (vedi figura 7.3). La

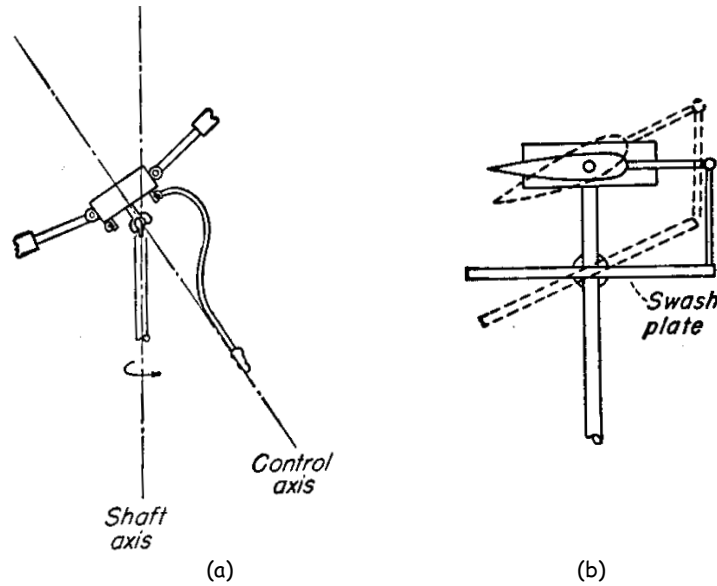


Figura 7.3: Schema di funzionamento del sistema di controllo del passo ciclico. (a): mozzo rotante; (b): sistema con ralla (Gessow & Myers (1952)).

figura 7.4 illustra schematicamente il sistema di controllo dell'elicottero (si noti la particolare cerniera di flappeggio rappresentata *ad altalena*, teeter-hub, classica soluzione utilizzata negli elicotteri Bell a 2 pale). Il piano individuato dalla piastra piano senza passo ciclico viene definito *piano di controllo*. In generale piano di controllo e piano senza passo ciclico sono diversi a causa del possibile moto accoppiato flappeggio-variazione del passo.

Se si considera un moto di flappeggio di prima armonica l'estremità della pala descrive esattamente una circonferenza che definisce quindi un piano detto *piano di non flappeggio* in quanto un osservatore solidale a questo piano vede la pala non flappeggiare. Il moto della pala può quindi essere descritto rispetto ad uno qualsiasi di questi piani:

1. piano dell'orizzontale terrestre,
2. piano del mozzo,
3. piano di controllo,
4. piano senza passo ciclico,
5. piano di non flappeggio.

Al variare del tipo di problema può risultare conveniente riferirsi ad un piano piuttosto che ad un altro. In particolare risulta conveniente studiare il moto di flappeggio rispetto al piano di controllo. Infatti questo coincide con il piano senza passo ciclico in assenza di moto accoppiato flappeggio-variazione del passo. Inoltre il piano di controllo risulta conveniente rispetto all'orizzontale

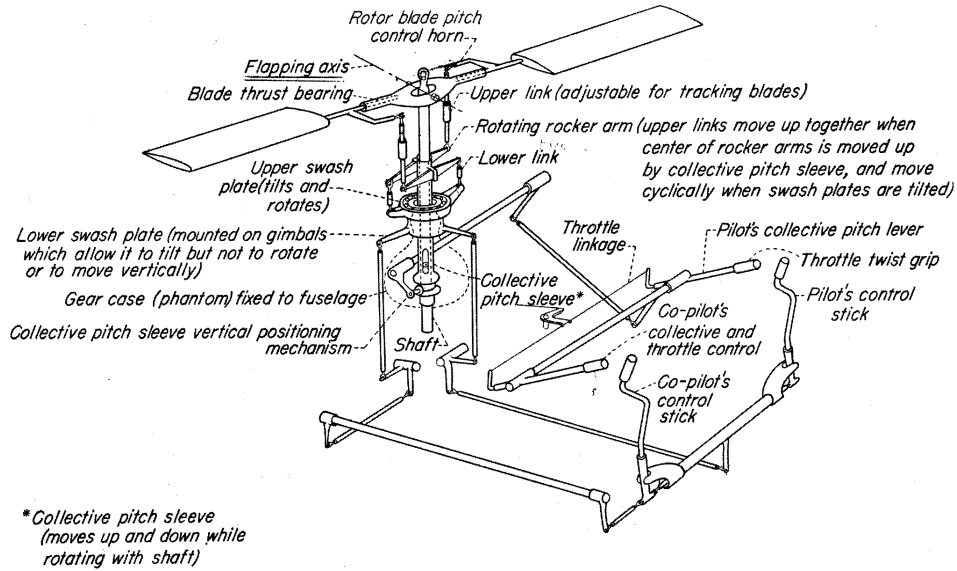


Figura 7.4: Schema del sistema di controllo dell'elicottero (Gessow & Myers (1952)).

o al piano del mozzo perchè il passo è costante e quindi abbiamo una variabile in meno nell'analisi delle prestazioni.

Una strada alternativa potrebbe essere riferire la dinamica della pala al piano di non flappeggio e considerare come variabile fondamentale il passo mentre il flappeggio risulta, ovviamente, nullo.

7.3 La dinamica della pala

Nello studio che si propone si faranno le seguenti ipotesi:

1. rotazione della pala a velocità costante ($\Omega = cost$);
2. V_∞ costante e poco inclinata rispetto al piano di controllo;
3. angolo di flappeggio massimo piccolo;
4. arretramento nullo ($\zeta = 0$);
5. eccentricità del flappeggio nulla, si pone cioè la cerniera di flappeggio sull'asse del rotore.

La dinamica della pala è quindi nota una volta determinata la legge $\beta(t)$ (t è il tempo). Per l'ipotesi 1, è equivalente conoscere la legge $\beta(\psi)$ in quanto $\psi = \Omega t$. Se si sviluppa in serie di Fourier β rispetto ψ si ottiene:

$$\beta = \beta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\beta_{nc} \cos(n\psi) + \beta_{ns} \sin(n\psi) \right], \quad (7.1)$$

dove

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \beta(\psi) d\psi; \\ \beta_{nc} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \beta(\psi) \cos(n\psi) d\psi; \\ \beta_{ns} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \beta(\psi) \sin(n\psi) d\psi.\end{aligned}\tag{7.2}$$

β_0 , β_{nc} e β_{ns} vengono chiamati *coefficienti di flappeggio*. β_{nc} e β_{ns} sono trascurabili 0 per $n \rightarrow \infty$; ne consegue che, per studiare le prestazioni del rotore è sufficiente considerare solo la prima armonica (non è così nell'acustica o nell'analisi vibrazionale del rotore) per cui assumere

$$\beta(\psi) \approx \beta_0 + \beta_{1c} \cos \psi + \beta_{1s} \sin \psi.\tag{7.3}$$

La dinamica della pala intorno alla cerniera di flappeggio dipende dalle forze aerodinamiche e dalle forze inerziali che agiscono su di essa; l'equazione del moto della pala si ottiene imponendo l'equilibrio dei momenti intorno alla cerniera di flappeggio $\sum M_i = 0$.

Si consideri una pala nel suo moto di rotazione intorno all'asse di controllo (normale al piano di controllo) e di flappeggio.

Su un elemento di pala di massa dm posto a distanza r dalla cerniera di flappeggio agiscono le seguenti forze.

1. La forza aerodinamica (sostanzialmente portanza) dovuta ad un angolo d'attacco dell'elemento di pala $\alpha_e = \theta - \varphi$, dove θ è il passo alla stazione r e φ l'angolo di inflow del flusso; nel sistema dinamico in analisi questa forza costituisce la forzante esterna. Il momento totale rispetto alla cerniera ($M_L > 0$ per convenzione) si ottiene integrando il momento elementare lungo la pala.
2. La forza aerodinamica dovuta all'angolo d'attacco causato dal moto relativo dell'elemento di pala $V_r = \dot{\beta}r$ ($\dot{\beta} = d\beta/dt$). L'angolo d'attacco che genera la forza è proporzionale a $\dot{\beta}$ e, per $\dot{\beta} > 0$ (la pala sale), è negativo, per cui la forza aerodinamica che si genera è uno smorzamento in quanto $M_{\dot{\beta}} = -k\dot{\beta}$ con $k > 0$.
3. La forza d'inerzia $-dm\ddot{\beta}r$ che genera un momento totale pari a $M_{\ddot{\beta}} = -\int \ddot{\beta}r^2 dm = -I\ddot{\beta}$ dove I è il momento d'inerzia della pala nel piano di flappeggio rispetto alla cerniera di flappeggio.
4. La forza centrifuga $dF_c = \Omega^2 r \cos \beta dm$ che genera un momento totale $M_{\beta} = -\int \Omega^2 r^2 \cos \beta \sin \beta dm \approx -I\Omega^2 \beta$, che costituisce una forza di natura elastica.
5. La forza peso $g dm$ che genera un momento totale $M_W = -\int gr \cos \beta dm \approx -\int gr dm$ ed è quindi indipendente da ψ per β piccoli; è un termine costante che può essere aggiunto alla forzante esterna.
6. La forza di Coriolis $dF_{cor} = 2\Omega \times \underline{V}_r dm$ che genera un momento totale nullo nel piano di flappeggio.

L'equilibrio dei momenti porta quindi all'equazione della dinamica della pala

$$I\ddot{\beta} + k\dot{\beta} + I\Omega^2\beta = M_L - M_W. \quad (7.4)$$

Questa equazione differenziale lineare del secondo ordine a coefficienti costanti è ben nota e studiata.

In particolare si genera un moto di prima armonica se la forzante è di prima armonica. La frequenza fondamentale della forzante esterna è chiaramente Ω , mentre la frequenza naturale del sistema è data da $\omega_n = \sqrt{I\Omega^2/I} = \Omega$ per cui, il sistema lavora in *risonanza* per la forzante di prima armonica.

Esistono due proprietà fondamentali dei sistemi in risonanza:

1. le forze d'inerzia sono equilibrate da quelle elastiche $I\ddot{\beta} = -k_e\beta$ (k_e è la costante elastica, nel nostro caso $k_e = I\Omega^2$);
2. la forzante esterna è in anticipo di fase di 90° rispetto allo spostamento generalizzato β .

7.4 Interpretazione fisica dei coefficienti di flappeggio

La linearità dell'equazione (7.4) consente l'applicazione del principio di sovrapposizione degli effetti, per cui ad ogni armonica individuata da un coefficiente di flappeggio è associabile la forzante esterna causa di quel moto.

7.4.1 $\beta = \beta_0$

Questa soluzione si ottiene se la forzante esterna è costante con ψ , cioè in hovering, β_0 è quindi l'angolo che la pala forma con il piano di controllo in hovering; la pala è in equilibrio sotto l'azione della forzante aerodinamica, forza centrifuga e forza peso (ed ovviamente della reazione vincolare della cerniera). In pratica β_0 viene detto conicità della pala. β_0 non può essere troppo grande perché porterebbe ad un degrado delle prestazioni del rotore (per $\beta \rightarrow 90^\circ$ l'area del rotore tende a 0). Si nota che, all'aumentare della massa della pala, la forza centrifuga aumenta e, per $F_c \rightarrow \infty$, $\beta_0 \rightarrow 0$.

7.4.2 $\beta = \beta_{1c} \cos \psi$

β_{1c} individua l'angolo di flappeggio per $\psi = 0^\circ$ ($\beta = \beta_{1c}$) e per $\psi = 180^\circ$ ($\beta = -\beta_{1c}$) e viene detto coefficiente di flappeggio longitudinale.

Essendo, in pratica $\beta_{1c} < 0$, il flappeggio longitudinale è massimo per $\psi = 180^\circ$. Poiché il sistema lavora in risonanza, la forzante causa di questo moto è in anticipo di fase di 90° , cioè è massima a $\psi = 90^\circ$. Questa forzante non può che essere l'incremento di portanza dovuta all'aumento della pressione dinamica in volo traslato che è appunto massima per $\psi = 90^\circ$.

Si nota che, la causa di questo moto di flappeggio è solo aerodinamica, $\beta_{1c} \neq 0$ anche per una pala di massa infinita.

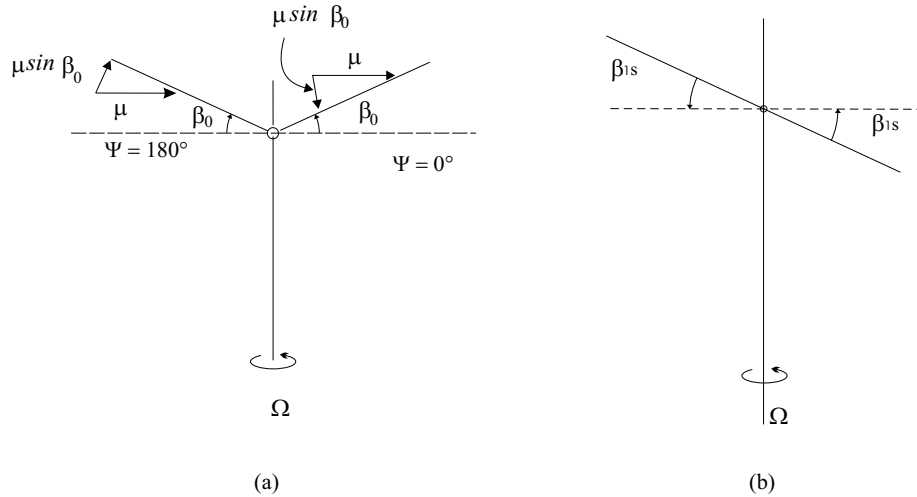


Figura 7.5: Interpretazione fisica del flapaggio laterale.

7.4.3 $\beta = \beta_{1s} \sin \psi$

In modo analogo al caso precedente si verifica che β_{1s} identifica l'angolo di flapaggio a $\psi = 90^\circ$ ed ad $\psi = 270^\circ$ e viene quindi definito coefficiente di flapaggio laterale. Anche $\beta_{1s} < 0$, per cui la forzante che genera il flapaggio laterale è massima a $\psi = 180^\circ$.

La genesi di questa forzante può essere facilmente compresa con l'ausilio della figura 7.5. In volo traslato la presenza della conicità fa sì che a $\psi = 180^\circ$ una componente $V_\infty \sin \beta_0$ incrementi l'angolo d'attacco effettivo a cui lavora l'elemento di pala mentre, al contrario, lo riduce a $\psi = 0^\circ$. Questa variazione di angolo d'attacco genera quindi una variazione di portanza, massima e positiva a $\psi = 180^\circ$, minima e negativa a $\psi = 0^\circ$, che è appunto la forzante esterna sfasata di 90° causa del flapaggio laterale.

Si nota che la forzante è solo di natura aerodinamica ma poichè $\beta_0 \rightarrow 0$ per masse infinite, il flapaggio laterale dipende indirettamente dalle forze d'inerzia.

Infine si nota che per distribuzioni di massa infinite: $\beta = \beta_{1c} \cos \psi$, il flapaggio non scompare e diventa puro flapaggio longitudinale.

7.5 La velocità effettiva sull'elemento di pala

In volo traslato la velocità effettiva sull'elemento di pala è data dalla composizione di diversi moti.

La velocità sarà adimensionalizzata rispetto a ΩR , u_R è la componente radiale (positiva se uscente), u_T la componente tangenziale nel piano di controllo (positiva se diretta verso il bordo di attacco dell'elemento di pala), u_P è la componente perpendicolare al piano di controllo (positiva se diretta verso il basso). Si ha che

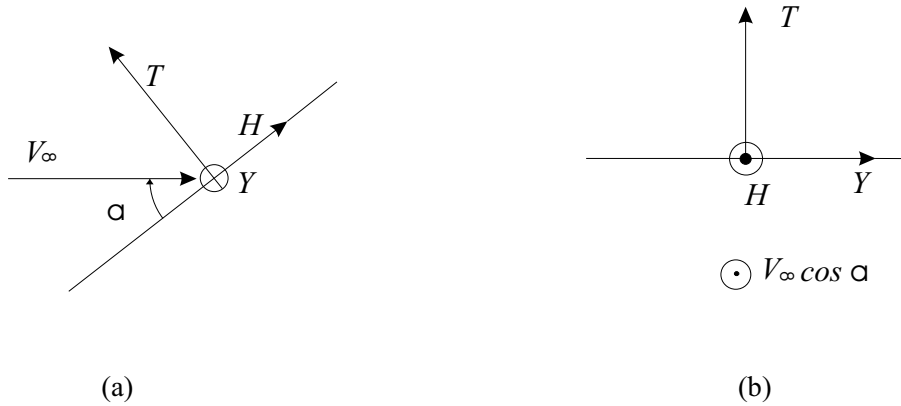


Figura 7.6: Schema delle forze aerodinamiche sul rotore.

$$u_R = \mu \cos \psi \quad , \quad u_T = \bar{r} + \mu \sin \psi \quad , \quad u_P = \lambda + \bar{r} \frac{\dot{\beta}}{\Omega} + \beta \mu \cos \psi, \quad (7.5)$$

in cui si è assunto $\beta \ll 1$.

L'angolo d'attacco effettivo a cui lavora l'elemento di pala è dato da

$$\alpha_e = \theta - \varphi, \quad (7.6)$$

dove $\varphi = \arctan(u_P/u_T)$.

In questa trattazione si assumerà che l'induzione sul rotore è uniforme ($\lambda_i = \cos t$, $\lambda = \cos t$) ed ottenibile dalla teoria impulsiva per eliche in flusso non assiale formule, (6.1) e (6.2). Questa ipotesi costituisce una notevole approssimazione in quanto in volo traslato i vortici liberi vengono convetti a valle ed in particolare nella fase di transizione ($\mu < 0.1$), il campo indotto sul disco del rotore diventa fortemente variabile. Comunque si assumerà nel seguito

$$\lambda_i = \frac{T_c}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \quad , \quad \lambda = \mu \tan \alpha + \frac{T_c}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}}. \quad (7.7)$$

Nell'ipotesi di angoli β e φ piccoli che faremo in questa trattazione si ha che $V_e \approx \Omega r u_T$ e $\alpha_e \approx \theta - u_P/u_T$.

7.6 Le forze aerodinamiche sul rotore

La spinta T è la componente della forza aerodinamica totale perpendicolare al piano di controllo (positiva verso l'alto), la resistenza H del rotore è la componente che giace sul piano di controllo ed è allineata con la proiezione su di esso di V_∞ , Y è la forza laterale che giace sul piano di controllo ed ha verso tale che la terna H, Y, T sia levogira (7.6). Per ottenere queste forze totali occorre considerare le forze che agiscono sull'elemento di pala F_x, F_r, F_z , dove F_x è la componente della forza aerodinamica che giace nel piano di controllo ed è perpendicolare alla pala, F_z è perpendicolare a F_x e giacente nel piano dell'elemento di pala, F_r è la componente radiale sul piano di controllo (7.7):

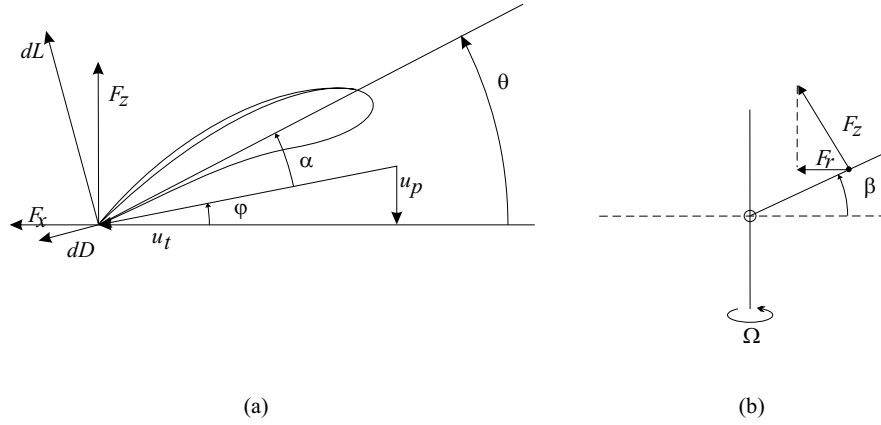


Figura 7.7: Forze aerodinamiche agenti su un elemento di pala, per un rotore in volo traslato.

$$\begin{aligned}
 F_x &= \frac{dL}{dr} \sin \varphi + \frac{dD}{dr} \cos \varphi, \\
 F_z &= \frac{dL}{dr} \cos \varphi - \frac{dD}{dr} \sin \varphi, \\
 F_r &= -F_z \sin \beta
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

e dL/dr e dD/dr date da

$$\frac{dL}{dr} = C_l \frac{1}{2} \rho_\infty V_e^2 c, \quad \frac{dD}{dr} = C_d \frac{1}{2} \rho_\infty V_e^2 c, \tag{7.9}$$

con $V_e^2 = \Omega^2 R^2 (u_T^2 + u_P^2)$. La spinta, la resistenza, la forza laterale e la coppia istantanea che agiscono su una pala sono quindi

$$\begin{aligned}
 T' &= \left(\int_0^R F_z dr \right) \cos \beta, \\
 H' &= \int_0^R (F_x \sin \psi + F_r \cos \psi) dr, \\
 Y' &= \int_0^R (-F_x \cos \psi + F_r \sin \psi) dr, \\
 Q' &= \left(\int_0^R r F_x dr \right) \cos \beta.
 \end{aligned} \tag{7.10}$$

Infine le forze totali medie si ottengono mediando le forze istantanee durante una rotazione della pala e moltiplicando per il numero di pale:

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R F_z \cos \beta dr d\psi, \\
 H &= \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R (F_x \sin \psi + F_r \cos \psi) dr d\psi, \\
 Y &= \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R (-F_x \cos \psi + F_r \sin \psi) dr d\psi, \\
 Q &= \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R r F_x \cos \beta dr d\psi.
 \end{aligned} \tag{7.11}$$

Delle formule più semplici si ottengono nell'ipotesi di angoli piccoli ed elemento di pala che lavora nella parte lineare della curva di portanza. Infatti, in queste condizioni $\cos \beta \approx 1$, $\sin \beta \approx \beta$, $\varphi \approx u_P/u_T$, $V_e \approx \Omega R u_T$, $F_z \approx dL/dr$, $F_x \approx \varphi dL/dr + dD/dr$, $C_l = C_{l_\alpha}(\theta - u_P/u_T)$, con il calettamento θ misurato rispetto alla retta di portanza nulla.

In forma adimensionale, la forza che agisce sull'elemento di pala ha componenti

$$\begin{aligned}
 \frac{F_z}{C_{l_\alpha} c \rho_\infty \Omega^2 R^2} &= \frac{1}{2} u_T^2 \alpha_e &= \frac{1}{2} (u_T^2 \theta - u_P u_T), \\
 \frac{F_x}{C_{l_\alpha} c \rho_\infty \Omega^2 R^2} &= u_T^2 \left(\frac{\alpha_e}{2} \varphi + \frac{C_d}{2C_{l_\alpha}} \right) &= \frac{1}{2} (u_P u_T \theta - u_P^2) + \frac{C_d}{2C_{l_\alpha}} u_T^2, \\
 \frac{F_r}{C_{l_\alpha} c \rho_\infty \Omega^2 R^2} &= -\beta \frac{F_z}{C_{l_\alpha} c \rho_\infty \Omega^2 R^2}.
 \end{aligned} \tag{7.12}$$

Se si ipotizza, come nella maggior parte dei rotori, che la corda e quindi la

solidità sono costanti lungo la pala, si ottiene

$$\begin{aligned}
\frac{T_c}{\sigma C_{l_\alpha}} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{1}{2} \left(u_T^2 \theta - u_P u_T \right) d\bar{r} d\psi, \\
\frac{H_c}{\sigma C_{l_\alpha}} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left\{ \sin \psi \left[\frac{1}{2} \left(u_P u_T \theta - u_P^2 \right) + \frac{C_d}{2C_{l_\alpha}} u_T^2 \right] \right. \\
&\quad \left. - \beta \cos \psi \left[\frac{1}{2} \left(u_T^2 \theta - u_P u_T \right) \right] \right\} d\bar{r} d\psi, \\
\frac{Y_c}{\sigma C_{l_\alpha}} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left\{ -\cos \psi \left[\frac{1}{2} \left(u_P u_T \theta - u_P^2 \right) + \frac{C_d}{2C_{l_\alpha}} u_T^2 \right] \right. \\
&\quad \left. - \beta \sin \psi \left[\frac{1}{2} \left(u_T^2 \theta - u_P u_T \right) \right] \right\} d\bar{r} d\psi, \\
\frac{Q_c}{\sigma C_{l_\alpha}} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \bar{r} \left[\frac{1}{2} \left(u_P u_T \theta - u_P^2 \right) + \frac{C_d}{2C_{l_\alpha}} u_T^2 \right] d\bar{r} d\psi.
\end{aligned} \tag{7.13}$$

Risulta conveniente dividere H_c , Y_c , Q_c nei contributi di profilo o parassiti H_{cO} , Y_{cO} , Q_{cO} , associati cioè all'azione della resistenza aerodinamica dell'elemento di pala, e nei contributi indotti H_{ci} , Y_{ci} , Q_{ci} , associati all'azione della portanza. Essi sono dati da

$$\begin{aligned}
H_{cO} &= \frac{\sigma}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{C_d}{2} \sin \psi u_T^2 d\bar{r} d\psi, \\
Y_{cO} &= -\frac{\sigma}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{C_d}{2} \cos \psi u_T^2 d\bar{r} d\psi, \\
Q_{cO} &= \frac{\sigma}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{C_d}{2} \bar{r} u_T^2 d\bar{r} d\psi, \\
H_{ci} &= \frac{\sigma C_{l_\alpha}}{2} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left(u_T \theta - u_P \right) \left(u_P \sin \psi - u_T \beta \cos \psi \right) d\bar{r} d\psi, \\
Y_{ci} &= \frac{\sigma C_{l_\alpha}}{2} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left(u_T \theta - u_P \right) \left(-u_P \cos \psi - u_T \beta \sin \psi \right) d\bar{r} d\psi, \\
Q_{ci} &= \frac{\sigma C_{l_\alpha}}{2} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \bar{r} \left(u_P u_T \theta - u_P^2 \right) d\bar{r} d\psi.
\end{aligned} \tag{7.14}$$

Assumendo, oltre alla forma in pianta rettangolare, che il calettamento sia espresso dalla classica legge lineare $\theta(\bar{r}) = \theta_0 + \bar{r}\theta_{t_n}$ gli integrali possono essere risolti analiticamente abbastanza agevolmente.

Per quanto riguarda T_c , conviene effettuare prima l'integrazione in $d\psi$.

Si nota che

$$\int_0^{2\pi} \left(\bar{r}^2 \frac{d\beta}{d\psi} + \bar{r}\mu \frac{d\beta}{d\psi} \sin \psi + \bar{r}\mu\beta \cos \psi \right) d\psi = \int_0^{2\pi} \frac{d}{d\psi} \left(\bar{r}^2 \beta + \bar{r}\mu\beta \sin \psi \right) d\psi = 0. \quad (7.15)$$

Inoltre, per un moto di flapping di prima armonica:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_P u_T d\psi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\lambda + \bar{r} \frac{d\beta}{d\psi} + \mu\beta \cos \psi \right) \left(\bar{r} + \mu \sin \psi \right) d\psi = \lambda \bar{r}. \quad (7.16)$$

Quindi

$$T_c = \frac{\sigma C_{l_\alpha}}{2} \int_0^1 \left[\left(\theta_0 + \bar{r} \theta_{tw} \right) \left(\bar{r}^2 + \frac{\mu^2}{2} \right) - \lambda \bar{r} \right] d\bar{r}. \quad (7.17)$$

Risolvendo anche questo integrale si ottiene

$$\frac{2T_c}{\sigma C_{l_\alpha}} = \frac{\theta_0}{3} \left(1 + \frac{3}{2} \mu^2 \right) + \frac{\theta_{tw}}{4} \left(1 + \mu^2 \right) - \frac{\lambda}{2}. \quad (7.18)$$

Questa relazione mostra l'importante risultato che la spinta non dipende dai coefficienti di flapping se è riferita al piano di controllo e nell'ipotesi di $\beta \ll 1$.

In modo analogo si procede per il calcolo degli altri coefficienti, tenendo anche conto delle relazioni

$$u_P \sin \psi - u_T \beta \cos \psi = \lambda \sin \psi + \bar{r} \frac{d\beta}{d\psi} \sin \psi - \bar{r}\beta \cos \psi, \quad (7.19)$$

$$u_P \cos \psi + u_T \beta \sin \psi = \lambda \cos \psi + \bar{r} \frac{d\beta}{d\psi} \cos \psi + \bar{r}\beta \sin \psi + \mu\beta.$$

Per i termini indotti si ottiene (Q_{c_i} verrà discusso in seguito):

$$\begin{aligned} \frac{2H_{c_i}}{\sigma C_{l_\alpha}} &= \theta_0 \left(-\frac{1}{3} \beta_{1c} + \frac{1}{2} \mu \lambda \right) + \theta_{tw} \left(-\frac{1}{4} \beta_{1c} + \frac{1}{4} \mu \lambda \right) \\ &+ \frac{3}{4} \lambda \beta_{1c} + \frac{1}{6} \beta_0 \beta_{1s} + \frac{1}{4} \mu \left(\beta_0^2 + \beta_{1c}^2 \right), \end{aligned} \quad (7.20)$$

$$\begin{aligned} -\frac{2Y_{c_i}}{\sigma C_{l_\alpha}} &= \theta_0 \left[\frac{3}{4} \mu \beta_0 + \frac{1}{3} \beta_{1s} \left(1 + \frac{3}{2} \mu^2 \right) \right] + \theta_{tw} \left[\frac{1}{2} \mu \beta_0 + \frac{1}{4} \beta_{1s} \left(1 + \mu^2 \right) \right] \\ &- \frac{3}{4} \lambda \beta_{1s} + \beta_0 \beta_{1c} \left(\frac{1}{6} - \mu^2 \right) - \frac{3}{2} \mu \lambda \beta_0 - \frac{1}{4} \mu \beta_{1c} \beta_{1s} \end{aligned} \quad (7.21)$$

Per quanto riguarda i coefficienti di profilo, considerando il coefficiente di resistenza del profilo costante lungo la pala e pari a \bar{C}_d si ha

$$\begin{aligned} H_{c_0} &= \frac{\sigma \bar{C}_d}{4} \mu, \\ Y_{c_0} &= 0, \\ Q_{c_0} &= \frac{\sigma \bar{C}_d}{8} (1 + \mu^2). \end{aligned} \quad (7.22)$$

Si nota che $Q_{c_o} + \mu H_{c_o} = \frac{\sigma \bar{C}_d}{8} (1 + 3\mu^2) = P_{c_o}$ così come ottenuto nella (6.19).

7.7 La potenza in volo traslato

Anche in volo traslato la relazione tra coppia e potenza è data da

$$P = Q\Omega, \quad (7.23)$$

per cui

$$P_c = Q_c. \quad (7.24)$$

Questa relazione è valida solo per coppia e potenza totali, in quanto abbiamo già visto che $P_{c_o} \neq Q_{c_o}$. In questo paragrafo analizziamo più in dettaglio i vari componenti della potenza e della coppia in volo traslato.

Il coefficiente di coppia istantaneo che agisce sulla singola pala ha la componente indotta data da ($C'_z = \frac{dL}{dr}/(\rho_\infty \Omega^2 R^2 \pi R)$):

$$Q'_{c_i} = \int_0^1 C_z \varphi \bar{r} d\bar{r}. \quad (7.25)$$

Analogamente il coefficiente di resistenza istantaneo indotto della pala è

$$H'_{c_i} = \int_0^1 (\varphi \sin \psi - \beta \cos \psi) C_z d\bar{r}. \quad (7.26)$$

Si ottiene quindi

$$\begin{aligned} Q'_{c_i} + \mu H'_{c_i} &= \int_0^1 \left(\frac{u_P}{u_T} \bar{r} + \mu \frac{u_P}{u_T} \sin \psi - \beta \mu \cos \psi \right) C_z d\bar{r} \\ &= \int_0^1 \left[\frac{u_P}{u_T} (\bar{r} + \mu \sin \psi) - \beta \mu \cos \psi \right] C_z d\bar{r} \\ &= \int_0^1 (u_P - \mu \beta \cos \psi) C_z d\bar{r} \\ &= \int_0^1 \left(\lambda + \bar{r} \frac{\dot{\beta}}{\Omega} \right) C_z d\bar{r}. \end{aligned} \quad (7.27)$$

L'equazione della dinamica della pala può essere scritta come

$$\ddot{\beta} + \Omega^2 \beta = \bar{\gamma} \int_0^1 \bar{r} C_z d\bar{r}, \quad (7.28)$$

dove $\bar{\gamma} = \rho_\infty \Omega^2 R^5 \pi / I$. Utilizzando questa relazione si ottiene

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \bar{r} \dot{\beta} C_z d\bar{r} d\psi &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\beta} \left(\int_0^1 \bar{r} C_z d\bar{r} \right) d\psi = \\ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\dot{\beta}}{\bar{\gamma}} (\ddot{\beta} + \Omega^2 \beta) d\psi &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\Omega}{2\bar{\gamma}} \frac{d}{d\psi} (\dot{\beta}^2 + \Omega^2 \beta^2) d\psi = 0. \end{aligned} \quad (7.29)$$

Risulta allora

$$Q_{c_i} + \mu H_{c_i} = \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \lambda C_z d\bar{r} = \lambda T_c. \quad (7.30)$$

Il coefficiente di potenza può essere quindi espresso come

$$\begin{aligned} P_c &= Q_c = Q_{c_i} + Q_{c_0} + \mu H_{c_i} + \mu H_{c_0} - \mu H_c \\ &= \lambda T_c + Q_{c_0} + \mu H_{c_0} - \mu H_c \end{aligned} \quad (7.31)$$

e quindi, essendo $Q_{c_i} = Q_c - Q_{c_0}$ e $H_{c_i} = H_c - H_{c_0}$: $Q_{c_i} = \lambda T_c - \mu H_{c_i}$.

Le equazioni di equilibrio del moto di un elicottero in volo traslato, orizzontale uniforme a piccolo angolo d'attacco sono:

$$T \approx W, \quad T \sin \alpha = D_{fus} + H; \quad (7.32)$$

per cui

$$\alpha \approx (D_{fus} + H)/T. \quad (7.33)$$

Essendo:

$$\lambda = \lambda_i + \mu \alpha = \lambda_i + \mu \frac{D_{fus}}{W} + \mu \frac{H_c}{T_c}, \quad (7.34)$$

si ottiene, in definitiva:

$$P_c = Q_c = \lambda_i T_c + \mu \frac{D_{fus}}{W} T_c + Q_{c_0} + \mu H_{c_0}; \quad (7.35)$$

cioè il coefficiente di potenza è dato dalla somma del coefficiente di potenza indotta $P_{c_i} = \lambda_i T_c$, dal coefficiente di potenza assorbito dalla resistenza della fusoliera $P_{c_{fus}} = \mu \frac{D_{fus}}{W} T_c$ e dal coefficiente di potenza parassita del rotore $P_{c_0} = Q_{c_0} + \mu H_{c_0}$.

Si nota che anche in questa espressione non compaiono i coefficienti di flappeggio: la potenza è ottenibile ipotizzando il rotore rigido e si ottengono risultati identici a quelli discussi nel paragrafo 6.4.

7.8 Calcolo dei coefficienti di flappeggio

L'equazione della dinamica del flappeggio può essere scritta come

$$I\ddot{\beta} + I\Omega^2\beta = \int_0^R F_z r dr, \quad (7.36)$$

oppure in termini adimensionali, tenendo conto che

$$\int_0^R F_z r dr = C_{l_\alpha} \rho_\infty \Omega^2 R^4 c \int_0^1 \frac{1}{2} (\theta - \varphi) u_T^2 \bar{r} d\bar{r}, \quad (7.37)$$

si ottiene

$$\frac{d^2\beta}{d\psi^2} + \beta = \gamma \int_0^1 \frac{1}{2} (\theta u_T^2 - u_P u_T) \bar{r} d\bar{r} = \gamma M_F. \quad (7.38)$$

$\gamma = C_{l_\alpha} \rho_\infty R^4 c / I$ è detto numero di Lock e misura l'importanza relativa tra le forze aerodinamiche e d'inerzia agenti sulla pala. Tipicamente, per un rotore articolato $\gamma = 8 - 10$, per un rotore senza cerniere $\gamma = 5 - 7$.

Per ottenere un moto di flapping di prima armonica anche le forzante deve essere di prima armonica; si ottiene quindi ¹

$$\begin{aligned}\theta u_T^2 &\approx \theta_0 \left(\bar{r}^2 + \frac{\mu^2}{2} \right) + \theta_{tw} \left(\bar{r}^3 + \bar{r} \frac{\mu^2}{2} \right) + (2\bar{r}\mu\theta_0 + 2\bar{r}^2\mu\theta_{tw}) \sin \psi, \\ u_P u_T &\approx \lambda \bar{r} + \left(\bar{r}^2 \beta_{1s} + \mu \bar{r} \beta_o + \mu^2 \frac{\beta_{1s}}{4} \right) \cos \psi + \left(\lambda \mu - \bar{r}^2 \beta_{1c} + \mu^2 \frac{\beta_{1c}}{4} \right) \sin \psi,\end{aligned}\quad (7.39)$$

relazioni che sono state ottenute tenendo conto che

$$\int \sin^2 x \cos^2 x dx = \frac{\sin x \cos x}{4} \left(\sin^2 x - \frac{1}{2} \right) + \frac{x}{8} \quad (7.40)$$

per cui $\sin \psi \cos^2 \psi \approx \sin \psi / 4$ e $\sin^2 \psi \cos \psi \approx \cos \psi / 4$ nell'approssimazione di forzante di sola prima armonica.

Effettuando l'integrazione in \bar{r} si ha

$$M_F \approx M_{Fo} + M_{F1c} \cos \psi + M_{F1s} \sin \psi, \quad (7.41)$$

dove:

$$\begin{aligned}M_{Fo} &= \frac{\theta_0}{8} (1 + \mu^2) + \frac{\theta_{tw}}{2} \left(\frac{1}{5} + \frac{\mu^2}{6} \right) - \frac{\lambda}{6} \\ M_{F1c} &= -\frac{1}{2} \left[\frac{\mu \beta_o}{3} + \frac{\beta_{1s}}{4} \left(1 + \frac{\mu^2}{2} \right) \right] \\ M_{F1s} &= \frac{1}{3} \mu \theta_0 + \frac{1}{4} \mu \theta_{tw} + \frac{\beta_{1c}}{8} \left(1 - \frac{\mu^2}{2} \right) - \frac{\lambda}{4} \mu.\end{aligned}\quad (7.42)$$

Essendo

$$\frac{d^2 \beta}{d\psi^2} + \beta = \beta_0, \quad (7.43)$$

si ha che l'equazione (7.38) è risolta se e soltanto se

$$\beta_0 = \gamma M_{Fo}, \quad M_{F1c} = 0, \quad M_{F1s} = 0, \quad (7.44)$$

per cui

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \gamma \left[\frac{\theta_0}{8} (1 + \mu^2) + \frac{\theta_{tw}}{10} \left(1 + \frac{5}{6} \mu^2 \right) - \frac{\lambda}{6} \right], \\ \beta_{1c} &= -2\mu \frac{\left(\frac{4}{3} \theta_0 + \theta_{tw} - \lambda \right)}{\left(1 - \frac{\mu^2}{2} \right)}, \\ \beta_{1s} &= -\frac{4}{3} \mu \frac{\beta_0}{\left(1 + \frac{\mu^2}{2} \right)}.\end{aligned}\quad (7.45)$$

¹Si ricorda che data, una funzione $f(\psi)$ periodica di periodo 2π , lo sviluppo in serie di Fourier è dato da $f(\psi) = f_o + \sum_{n=1}^{\infty} \left[f_{cn} \cos(n\psi) + f_{sn} \sin(n\psi) \right]$ con $f_o = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\psi) d\psi$, $f_{cn} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\psi) \cos(n\psi) d\psi$, $f_{sn} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\psi) \sin(n\psi) d\psi$.

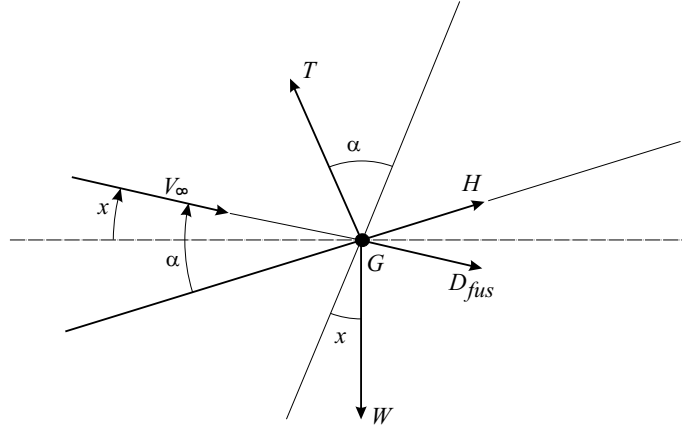


Figura 7.8: Schema delle forze agenti su un elicottero in salita di un angolo \mathcal{X}

L'analisi di queste relazioni consente di ritrovare i risultati anticipati nel paragrafo 7.4, cioè che in hovering $\beta = \beta_0$, che per distribuzione di masse infinite ($\gamma \rightarrow 0$) $\beta_0 = \beta_{1s} = 0$ mentre $\beta_{1c} \neq 0$.

Si ritrova il risultato che β_0 e β_{1s} dipendono dalla distribuzione delle masse (cioè dipendono dal numero di Lock) al contrario β_{1c} .

7.9 Rateo di salita

L'Equazione dell'equilibrio di un elicottero in salita di un angolo \mathcal{X} sono:

$$T \cos \alpha + H \sin \alpha = W \cos \mathcal{X} \quad (7.46)$$

$$T \sin \alpha - H \cos \alpha - W \sin \mathcal{X} - D_{fus} = 0.$$

Da queste relazioni è possibile ricavare l'angolo \mathcal{X} . Nell'ipotesi di angoli piccoli $W = T$ per cui:

$$\sin \mathcal{X} = \sin \alpha - \frac{H}{T} \cos \alpha - \frac{D_{fus}}{T}. \quad (7.47)$$

Indicando con $\lambda_c = V_\infty \sin \mathcal{X} / (\Omega R)$, il rateo di salita, si ottiene

$$\lambda_c = \mu \tan \alpha - \frac{H_c}{T_c} \mu - \frac{1}{2T_c} \frac{f}{A} \frac{\mu^3}{\cos^3 \alpha}. \quad (7.48)$$

Il rateo di salita può essere legato direttamente al coefficiente di potenza notando che, nell'ipotesi di angoli piccoli ed in virtù delle (7.46):

$$\sin \alpha = \frac{H_c}{T_c} + \sin \mathcal{X} + \frac{D_{fus}}{W}, \quad (7.49)$$

per cui la (7.34) diventa

$$\lambda = \lambda_i + \lambda_c + \mu + \frac{H_c}{T_c} + \mu + \mu \frac{D_{fus}}{W}, \quad (7.50)$$

ottenendo, tramite la (7.31)

$$P_c = \lambda_i T_c + \lambda_c T_c + \mu \frac{D_{fus}}{W} T_c + P_{c0}, \quad (7.51)$$

con $\lambda_i \approx T_c/(2\mu)$ per $\mu > 0, 1$ (vedi paragrafo 6.2)

7.10 Procedura per il calcolo delle prestazioni del rotore

7.10.1 Funzionamento normale

È nota la geometria del rotore, insieme con le prestazioni aerodinamiche del profilo della pala, è inoltre noto ΩR , e la resistenza della fusoliera (f), il peso dell'elicottero W ed il numero di Lock del rotore γ .

Il calcolo può essere effettuato iterativamente assumendo inizialmente $\alpha = 0^\circ$.

1. Si assegna la velocità V_∞ , per cui è noto $\mu = V_\infty \cos \alpha / (\Omega R)$.
2. Dall'equilibrio $T = W$ si calcola $T_c = W / (\rho_\infty \Omega^2 R^2 A)$.
3. $\lambda_i \approx T_c / (2\mu) \Rightarrow \lambda = \mu \tan \alpha + \lambda_i$. Nelle successive interazioni si potrà usare $\lambda_i = T_c / (2\sqrt{\mu^2 + \lambda^2})$.
4. La relazione (7.18) consente il calcolo di θ_0 , il passo collettivo.
5. Noto il rateo di salita λ_c , si può calcolare con la (7.51) il coefficiente di potenza; oppure dato P_c si può calcolare λ_c .
6. Le relazioni (7.45) consentono il calcolo dei coefficienti di flappeggio $\beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s}$.
7. È quindi possibile calcolare la resistenza del rotore e la forza laterale con le (7.20), (7.21), (7.22).
8. Si ricalcola α dalle (7.7) e si il procedimento.

7.10.2 Autorotazione

In questo caso l'incognita fondamentale è Ω . Per determinare le prestazioni in autorotazione si può procedere seguendo i seguenti passi.

1. Si assegna μ .
2. Dalla (7.31), ponendo $P_c = 0$ si ottiene una relazione $\theta_0 = \theta_0(\lambda)$; sono quindi note le relazioni $T_c = T_c(\lambda), H_c = H_c(\lambda)$ ed anche $\alpha = \alpha(\lambda)$ (dalla (7.7)).
3. Si assegna λ_c e quindi (dalla (7.51) con, ovviamente, $P_c = 0$) si possono calcolare λ_i e λ .
4. Si possono ora calcolare tutti i coefficienti di forza, in particolare T_c .
5. Dall'equilibrio $T_c \rho_\infty \Omega^2 R^2 A = W$ è possibile calcolare Ω .

6. Si calcola α (7.7) e quindi V_∞ .

Se le prestazioni vengono calcolate per una matrice di condizioni di volo, risulta molto più conveniente, lavorare in modo inverso, assegnando λ e determinando le altre grandezze.

7.11 Ricapitolazione delle assunzioni effettuate

1. Si è utilizzata la teoria dell'elemento di pala limitata nella sua applicabilità in prossimità delle estremità delle pale.
2. Il moto sulla pala si è assunto di puro flappeggio con variazione del passo ciclico e collettivo. I gradi di libertà associati con l'arretramento e con le variazioni elastiche del passo sono importanti per lo studio di vibrazioni, carichi ed aeroelasticità, ma, in genere possono essere trascurati nell'analisi delle prestazioni e nel controllo.
3. Considerazioni simili possono essere fatte per le armoniche superiori del flappeggio che sono state trascurate. In genere β_{nc} e β_{ns} sono di ordine μ^n/n^2 ($n \geq 2$).
4. È stata trascurata la presenza della zona di flusso inverso, (approssimazione valida in genere fino a $\mu \approx 0.5$).
5. Si è assunto l'induzione λ_i costante sia lungo la pala che al variare di ψ . L'ipotesi è tanto più valida quanto maggiore è μ , ma in genere porta ad una previsione approssimativa del flappeggio laterale.
6. Si è assunta forma in pianta del rotore rettangolare e variazione del calettamento lineare (sono comunque classiche scelte progettative).
7. Si è trascurata l'eccentricità della cerniera di flappeggio.
8. Si è trascurato l'effetto della comprimibilità.
9. Si è assunto $C_{l_\alpha} = \text{cost}$ con ψ ed α_e , non si è tenuto conto del possibile stallo del profilo della pala.

7.12 Lo stallo del rotore

Determinate le prestazioni di un rotore in assegnate condizioni di T_c e μ , è possibile determinare la mappa dell'angolo di attacco $\alpha_e = \alpha_e(\bar{r}, \psi)$ a cui lavora l'elemento di pala durante la rotazione della pala. Nell'ipotesi di angoli piccoli:

$$\alpha_e = \theta - \frac{u_P}{u_T}, \quad (7.52)$$

quindi, per una data legge di calettamento (che tende a far diminuire α_e verso l'estremità della pala), l'angolo d'attacco dell'elemento di pala dipende da u_P e da u_T .

u_T è dato da 2 contributi, uno proporzionale al raggio che quindi porta ad un aumento di α_e verso l'estremità della pala, ed uno che dipende da $\mu \sin \psi$ che porta ad aumenti o diminuzioni di α_e in dipendenza del segno di u_P .

In definitiva l'effetto più significativo su α_e è dato da u_P ed in particolare dal termine $\dot{\beta}\bar{r}$ che comporta i valori più elevati α_e per $\psi \approx 270^\circ$ e $\bar{r} \approx 1$:

$$\alpha_{e_{270^\circ}} = \theta(\bar{r}) + \frac{-\beta_{1c}\bar{r}/\Omega - \lambda}{\bar{r} - \mu}, \quad (7.53)$$

Si nota che $\alpha_{e_{270^\circ}}$ cresce all'aumentare di μ ; questa caratteristica comporta l'importante risultato che *lo stallo della pala limita la velocità massima di volo dell'elicottero* al contrario dei velivoli ad ala fissa in cui lo stallo limita la velocità minima.

Prendendo come riferimento gli angoli di stallo bidimensionali degli elementi di pala è quindi possibile determinare un *sentiero* di stallo al variare di T_c e, soprattutto, μ .

Quando la zona stallata è troppo estesa la condizione di volo non è più mantenibile; (la pala entra ed esce dallo stallo ad elevate frequenze) pregiudicando le qualità di volo, con, inoltre un'inevitabile decadimento delle prestazioni del rotore in termini di T_c e P_c .

Un sentiero di stallo determinato in base alle caratteristiche di portanza "statiche" dei profili del rotore soffre di approssimazioni addirittura maggiori del caso dell'ala fissa a causa del complesso fenomeno dello *stallo dinamico*.

7.13 Stallo dinamico